

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

М. І. Кінденко

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

Навчальний посібник

для студентів технічних спеціальностей всіх форм навчання

Краматорськ 2018

УДК 621.835.2

Кінденко, М. І. Теорія механізмів і машин: навчальний посібник. для студентів технічних спеціальностей всіх форм навчання / М. І. Кінденко. – Краматорськ: ДДМА, 2018. – 82 с.

Курс лекцій з теорії механізмів і машин містить матеріал, який викладається протягом останніх років у Донбаській державній машинобудівній академії. У навчальному посібнику у стислій і доступній формі викладені основні положення теорії механізмів і машин. Він може бути використаний для вивчення курсу «Прикладна механіка». Рекомендується для студентів технічних спеціальностей як денної, так і заочної форм навчання.

УДК 621.835.2

© М. І. Кінденко, 2018

© ДДМА, 2018

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ В ТММ. РОЗРАХУНКОВІ СХЕМИ МЕХАНІЗМІВ. ВИДИ МЕХАНІЗМІВ.....	6
2 СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ І КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ.....	10
2.1 Кінематичні пари, їх класифікація та умовні зображення.....	10
2.2 Кінематичні ланцюги. Їх види та рухомість. Формула Сомова-Малишева.....	16
2.3 Механізм, як кінематичний ланцюг. Його структурна і кінематична схема, узагальнена координата. Плоскі механізми. Формула Чебишева П. Л.....	18
2.4 Основна ознака утворення плоских механізмів. Структурні групи Ассура Л. В.....	21
3 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	25
3.1 Завдання і методи кінематичного аналізу.....	25
3.2 Способи завдання законів руху вхідних ланок.....	25
3.3 Графоаналітичний метод кінематичного аналізу механізмів. Метод засічок. Масштаби в ТММ.....	27
3.4 Плани швидкостей.....	28
3.5 Плани прискорень.....	31
4 СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	33
4.1 Теорема Грасгофа.....	34
5 ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ.....	36
5.1 Силевий аналіз механізмів. Принцип Даламбера в ТММ. Метод кінетостатики.....	37
5.2 Класифікація сил, діючих на ланки механізму. Механічні характеристики.....	37
5.3 Визначення сил інерції ланок в різних випадках їх руху.....	39
5.4 Умова статичної визначеності плоских кінематичних ланцюгів.....	40
5.5 Визначення реакцій в кінематичних парах методом планів сил (без урахування сил тертя).....	41
5.6 Силевий розрахунок ведучої ланки.....	43
5.7 Теорема М. Є. Жуковського.....	46
6 АНАЛІЗ РУХУ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	47
6.1. Режими руху і їх аналіз.....	47
6.2 Механічний коефіцієнт корисної дії машин. Його визначення в різних випадках з'єднання механізмів.....	49
6.2.1 Коефіцієнт корисної дії при послідовному з'єднанні механізмів в машинному агрегаті.....	51
6.2.2 Коефіцієнт корисної дії при паралельному з'єднанні механізмів в машинному агрегаті.....	51
7 ЗВЕДЕННЯ СИЛ І МАС В МЕХАНІЗМАХ.....	53
7.1 Кінетична енергія механізму і його динамічна модель.....	53
7.2 Зведення мас.....	54

7.3 Зведення сил.....	56
8 ЗРІВНОВАЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	57
9 БАЛАНСУВАННЯ.....	59
10 ВІБРОАКТИВНІСТЬ І ВІБРОЗАХИСТ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	60
10.1 Віброзахист машин, віброзахисні системи.....	62
11 ПРИЗНАЧЕННЯ ТА ОСНОВНІ ТИПИ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ.....	64
12 ОСНОВИ СТАНДАРТИЗАЦІЇ ЗУБЧАТИХ КОЛІС І РІЗАЛЬНОГО ІНСТРУМЕНТУ.....	67
13 СПОСОБИ ВИГОТОВЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС.....	68
14 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ.....	69
14.1 Рядові (ступінчаті) механізми (передачі).....	69
14.2 Планетарні (епіциклічні) зубчасті передачі.....	70
15 СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	73
16 ХВИЛЬОВІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ.....	75
17 КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ.....	76
17.1 Основні типи і геометричні параметри кулачкових механізмів.....	77
17.2 Кінематичний цикл кулачкового механізму. Фазові кути і кути профілю.....	79
17.3 Завдання аналізу та синтезу кулачкових механізмів.....	80
17.4 Умова передачі руху в кулачкових механізмах, кути тиску і передачі руху.....	80
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	81

ВСТУП

Сучасне виробництво, що відрізняється високою механізацією і широким впровадженням автоматизації, передбачає використання у всіх галузях народного господарства величезної кількості всіляких машин, механізмів, приладів і різних інших пристроїв.

Незважаючи на різницю у функціональному призначенні механізмів окремих видів, в їх будові, кінематиці та динаміці багато спільного. Тому до дослідження механізмів з різними функціональними призначеннями можна застосовувати загальні методи, що базуються на основних принципах сучасної механіки.

Значний внесок у розвиток механіки внесли: М. В. Ломоносов (1711 – 1765 рр.), який розробив конструкції машин для виробництва скла та випробувань матеріалів, І. І. Ползунов (1728 – 1766 рр.) – творець парової машини, І. П. Кулібін (1735 – 1818 рр.) – творець механізмів протеза, годин-автоматів, Л. Ейлер (1707 – 1783 рр.) – творець теорії плоских евольвентних зачеплень, П. Л. Чебишев (1821 – 1894 рр.) – математик і механік, творець теорії найкращого наближення функцій, М. Є. Жуковський – автор теореми про жорсткий важіль, Л. В. Ассур, І. І. Артоболовський, М. М. Беляєв та ін.

У техніці широко застосовують змінні, або рухливі, механічні системи, які можна поділити на машини, машинні агрегати, механізми, механічні пристрої та прилади.

Машина – є штучно створений пристрій, що виконує механічні рухи для перетворення енергії, матеріалів і інформації.

З точки зору виконуваних машинами функцій машини можна розділити на наступні класи: 1) енергетичні машини; 2) робочі машини; 3) інформаційні машини; 4) кібернетичні машини; логічні машини.

Енергетичною машиною називається машина, призначена для перетворення будь-якого виду енергії в механічну енергію (і навпаки). У 1-му випадку вона носить назву машини-двигуна, а в 2-му – машини-генератора.

Робочою машиною називається машина, призначена для перетворення матеріалів. Робочі машини підрозділяють на транспортні і технологічні машини.

Транспортні машини – змінюють положення переміщуваного об'єкта.

У *технологічній машині* відбувається зміна форми, властивості і стану матеріалу або оброблюваного об'єкта.

Інформаційною машиною називається машина для отримання і перетворення інформації. Вони підрозділяються на контрольно-керуючі і математичні машини.

Контрольно-керуюча машина перетворює отриману контрольно-вимірювальну інформацію з метою управління енергетичною або робочою машинами.

Математична машина перетворює інформацію, що отримується у вигляді різних математичних образів, заданих у формі окремих чисел або алгоритмів.

Логічною машиною називається машина, призначена для управління і контролю над процесами заміни розумової праці людини.

Кібернетичною машиною називається машина, що замінює або імітує різні механічні, фізіологічні або біологічні процеси, властиві людині і живій природі, і що володіє елементами штучного інтелекту.

В інженерній практиці вимагається рішення аналітичними методами двох основних завдань – аналізу і синтезу.

Етапи проведення аналізу і синтезу машин:

- належне вивчення суті явища, процесу, принципу дії машини, приладу і взаємодії їх компонентів або ланок, в результаті чого повинні бути встановлені якісні співвідношення постійних і змінних величин, що визначають досліджуваний об'єкт;
- складання фізичної моделі. Під фізичною моделлю розуміють схему навантаження конструкції, кінематичну схему і т. п., що відображає змінні і постійні параметри конструкції, пристрою та процесів, що підлягають вивченню;
- складання математичної моделі;
- рішення рівнянь, нерівностей або їх систем;
- дослідження знайдених функцій.

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ В ТММ. РОЗРАХУНКОВІ СХЕМИ МЕХАНІЗМІВ. ВИДИ МЕХАНІЗМІВ

Теорія механізмів і машин (ТММ) – наука про загальні методи дослідження властивостей механізмів і машин та їх побудови.

ТММ складається з двох частин. В даний час найбільш розвинена перша частина, яка називається *теорією механізмів*.

В *теорії механізмів* вивчаються такі методи дослідження властивостей механізмів і їх побудови, які є загальними для всіх (або для певних типових груп) механізмів.

Другу частину ТММ становить *теорія машин*. В *теорії машин* розглядаються методи дослідження і проектування схем машин, які є загальними для машин різних областей техніки.

Завдання теорії механізмів і машин різноманітні, але найважливіші з них можна сформулювати по 3-х розділах: 1) структурний, кінематичний і динамічний аналіз механізмів і машин; 2) синтез механізмів і машин; 3) теорія машин-автоматів.

Система тіл, яка призначена для перетворення руху одного або декількох тіл в необхідні рухи інших тіл, називається *механізмом*.

Виходячи з кінематичних, конструктивних і функціональних властивостей, механізми поділяють на важільні, кулачкові, фрикційні, зубчасті та ін.

Важільними називаються механізми з геометричним замиканням (запиранням) ланок в обертальних і поступальних кінематичних парах. Завдяки

цьому вони можуть передавати великі зусилля і потужності, ніж інші механізми в аналогічних умовах. Ланки важільних механізмів порівняно прості у виготовленні. Такі механізми застосовують, в основному, для перетворення обертального руху вхідної ланки в коливальний або зворотно-поступальний рух вихідної ланки. Важільні механізми ділять на *плоскі* і *просторові*.

Так, на рисунку 1 показані: (а) – кривошипно-коромисловий механізм; (б) – кривошипно-повзунний, (в) – кривошипно-кулісний, (г) – маніпулятор. Механізми (а), (б), (в) – плоскі, (г) – просторовий. Дані плоскі механізми складаються з наступних ланок (див. рис. 1)

- (а) 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло;
- (б) 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – повзун;
- (в) 1 – кривошип, 2 – кулісний камінь, 3 – куліса.

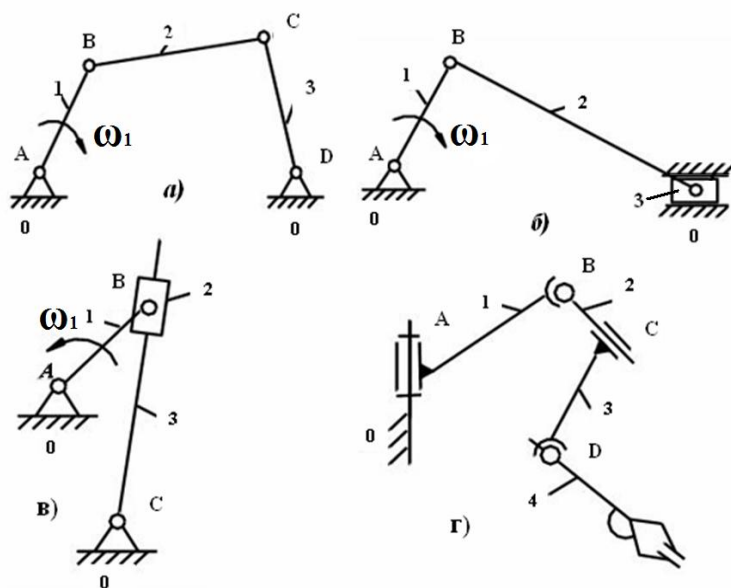


Рисунок 1 – Важільні механізми

Кулачкові механізми – механізми, що утворюються шляхом силового замикання ланок – кулачка і штовхача (коромисла) (рис. 2).

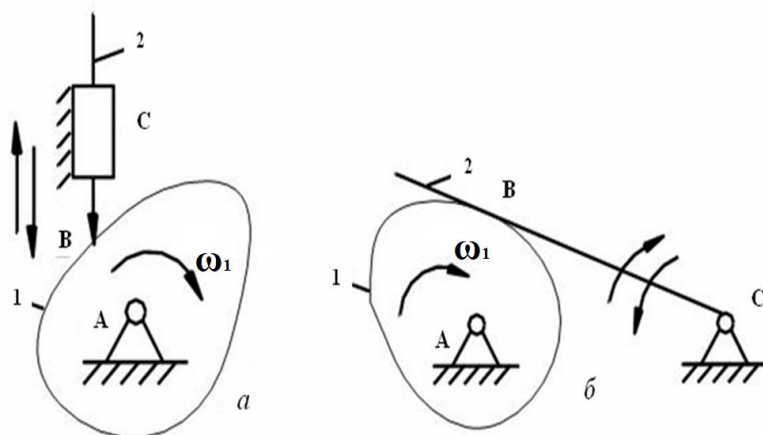
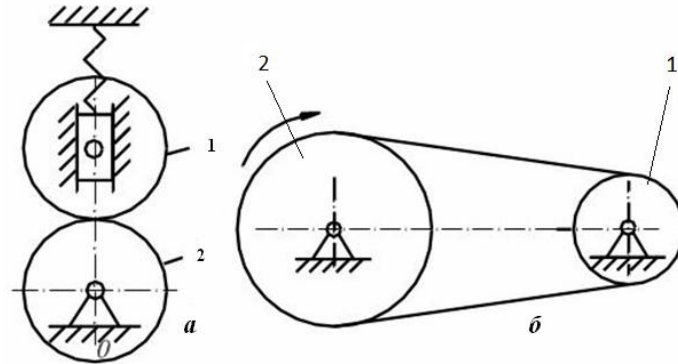


Рисунок 2 – Кулачкові механізми

Фрикційні механізми. У цих механізмах рух від ведучої ланки до веденої передається за рахунок тертя, що виникає в результаті контакту цих ланок. Фрикційний механізм може бути виконаний і з гнучкими ланками. Його застосовують для передачі обертання між валами при великих міжосьових відстанях (рис. 3).



а – з жорсткими ланками; б – з гнучкими ланками

Рисунок 3 – Фрикційні механізми

Зубчастими називають механізми (передачі), утворені за допомогою зубчастих коліс (рис. 4). Передача навантаження і руху між колесами здійснюється за рахунок впливу зубів один на одного (силового зачеплення зубів). На відміну від фрикційної передачі тут виключено прослизання ланок.

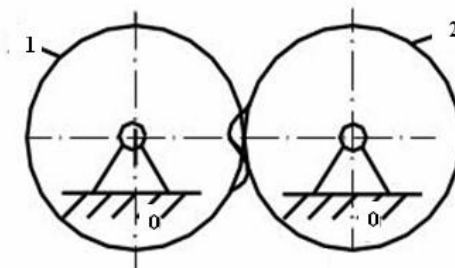


Рисунок 4 – Зубчаста передача

Хвильові передачі. Їх по суті можна було б назвати планетарними механізмами з гнучким сателітом (рис. 5). Механізми, що застосовуються для передачі обертання між нерухомими і рухомими осями, називаються *планетарними*. Ролики генератора хвиль 2 деформують гнучке колесо 1 і вводять його зуби в зачеплення з зубами жорсткого колеса 3 по великій осі еліпса і виводять із зачеплення по малій осі.

Гідравлічними і пневматичними механізмами називаються такі, в кожному з яких перетворення руху відбувається за допомогою твердих і рідких або твердих і повітряних тіл.

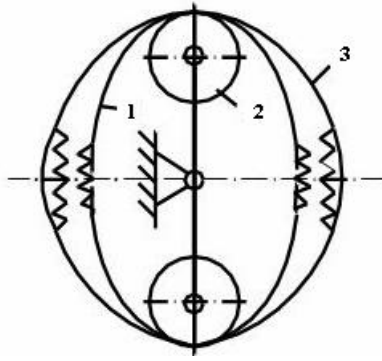


Рисунок 5 – Хвильова передача

Вивчення ТММ почнемо з її першої частини – теорії механізмів.

Теорія механізмів – наука, що вивчає будову, кінематику і динаміку механізмів у зв'язку з їх аналізом і синтезом.

Всякий механізм складається з окремих деталей (тіл).

У механізмах стаціонарного типу деякі деталі є нерухомими, інші деталі рухаються щодо них. У механізмах рухомого типу, наприклад, в двигуні автомобіля, за нерухомі деталі умовно приймаються деталі, незмінно пов'язані з корпусом автомобіля.

Кожна рухома деталь або група деталей, утворюючи одну жорстку рухому систему тіл, носить назву рухомої ланки механізму.

Всі нерухомі деталі утворюють одну жорстку нерухому систему тіл, яка називається нерухомою ланкою або стійкою.

Механізм можна розглядати як сукупність нерухомих і рухомих ланок. Рухомі ланки входять в з'єднання між собою або з нерухомою ланкою так, що завжди має місце можливість руху однієї ланки щодо іншої.

З'єднання двох дотичних ланок, що допускає їх відносний рух, називається *кінематичною парою*.

Поверхні, лінії або точки ланки, за якими вона може стикатися з іншою ланкою, утворюючи кінематичну пару, називаються *елементом кінематичної пари*.

Система ланок, пов'язаних між собою кінематичними парами, називається *кінематичним ланцюгом*.

В основі кожного механізму лежить кінематичний ланцюг. Але не будь-який кінематичний ланцюг можна назвати механізмом. Механізм призначений для здійснення заздалегідь заданих закономірних рухів. Тому тільки той кінематичний ланцюг буде механізмом, ланки якого здійснюють доцільні рухи, що впливають з інженерних виробничих завдань, для виконання яких сконструйований механізм.

Деталь – окремо виготовлене тіло, що входить до складу механізму, що має певне функціональне призначення. Наприклад: автомобільне колесо складається з цілого ряду деталей (обід, втулка, кришка і т. д.), але розглядають його як одне тверде тіло. Тверде тіло, що входить до складу механізму називається *ланкою механізму*. Під твердим тілом в ТММ розуміють як абсолютно тверді, так і деформовані, і гнучкі тіла.

2 СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ І КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ

2.1 Кінематичні пари, їх класифікація та умовні зображення

Кінематичною парою називається рухоме з'єднання двох дотичних ланок, що допускає їх відносний рух.

Розробкою теорії кінематичних пар займалися російський вчений Х. І. Гофман, німецький вчений Ф. Рело та ін.

Можливі з'єднання ланок в кінематичні пари дуже різноманітні. На рисунку 6 показана обертальна кінематична пара, яка припускає лише один обертальний рух ланки *A* щодо ланки *B*. З'єднання ланок *A* і *B* утворюється двома циліндрами, що знаходяться в постійному зачепленні.

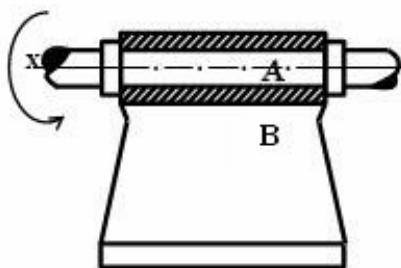


Рисунок 6 – Обертальна кінематична пара «циліндр в циліндрі»

На рисунку 7 показана кінематична пара, що допускає відносно перекочування, ковзання і вертіння ланки *A* і *B* (циліндричні поверхні, які дотикаються).

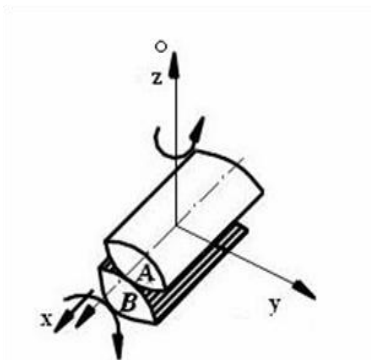


Рисунок 7 – Циліндр на циліндрі

На рисунку 8 зображена кінематична пара, яка допускає 5 рухів ланки *A* щодо ланки *B*, три з яких обертальні, два поступальні.

Таким чином, на відносний рух кожної ланки кінематичної пари накладаються обмеження, що залежать від способу з'єднання ланок пари. Обмеження, які накладаються кінематичною парою на рух ланок пари, називаються умовами зв'язку в кінематичній парі.

Розглянемо тепер, які ж зв'язки і в якій кількості можуть бути накладені на відносні рухи ланок кінематичної пари.

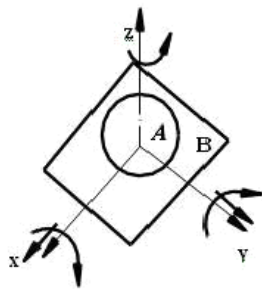


Рисунок 8 – Куля на площині

Для встановлення умов зв'язку, що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, розглянемо рух вільного твердого тіла відносно деякої системи відліку $Oxyz$ (рис. 9).

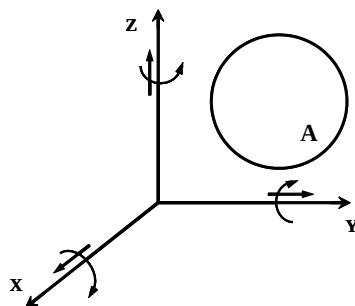


Рисунок 9 – Рух вільного тіла

Числом ступенів вільності механічної системи називається число незалежних можливих переміщень системи. Як відомо з теоретичної механіки, в цьому випадку тверде тіло володіє шістьма ступенями вільності. Воно може здійснювати три поступальних рухи вздовж кожної з осей координат і три обертальні рухи навколо кожної з координатних осей, тобто володіє в просторі 6-ма видами незалежних можливих рухів. Таким чином, кожна вільна ланка володіє 6-ю ступенями вільності. Входження ланки в кінематичну пару з іншою ланкою накладає на відносні рухи цих ланок умови зв'язку. Якщо дану ланку A з'єднати з іншою ланкою B у кінематичну пару і розглянути рух ланки A по відношенню до ланки B , то число його ступенів вільності зменшиться на число умов зв'язку, що накладаються утвореною кінематичною парою. Очевидно, що число умов зв'язку (S) може бути тільки цілим і має бути менше 6 (шести), тому коли число умов зв'язку $S = 6$, ланки втрачають відносну рухомість і кінематична пара переходить в жорстке з'єднання двох ланок. Так само число умов зв'язку $S < 1$ не може бути, так як в цьому випадку число умов зв'язку $S = 0$, і, отже, ланки не стикаються, а значить, кінематична пара перестася існувати. І ми маємо в такому випадку два вільних тіла, що рухаються в просторі одне незалежно від іншого. На підставі проведених міркувань робимо висновки про те, що число умов зв'язку S , що накладаються кінематичною парою

на відносний рух ланок, що складають цю пару, повинно лежати в межах $1 \leq S \leq 5$.

Отже, число ступенів вільності «Н» ланки кінематичної пари у відносному русі може бути виражено залежністю

$$H = 6 - S. \quad (1)$$

Звідси випливає, що число ступенів вільності ланки кінематичної пари у відносному русі може змінюватися також від 1 до 5 ($1 \leq H \leq 5$).

Зв'язки, накладені на відносний рух ланок кінематичної пари, обмежують ті можливі відносні рухи, якими володіють ланки у вільному стані. В результаті цих обмежень деякі з 6-ти можливих відносних рухів вільно рухомої ланки стають для неї зв'язаними, тобто неможливими.

Решта можливих рухів можуть бути і незалежними один від одного, або ж бути зв'язаними одне з іншим якимись додатковими геометричними умовами, які встановлюють функціональний зв'язок між рухами. Наприклад, у гвинтовій парі обертання гвинта навколо осі викликає його поступальний рух, причому обидва ці рухи пов'язані певною аналітичною залежністю.

Решта незалежних можливих рухів визначають число ступенів вільності ланок кінематичної пари у їх відносному русі.

Якщо між найпростішими рухами ланки навколо і уздовж трьох координатних осей x , y , z відсутні будь-які функціональні залежності, то ланка, у залежності від характеру зв'язків, що накладаються на її рух щодо іншої ланки кінематичної пари, володіє числом найпростіших рухів від 1 до 5. Число найпростіших рухів може виявитися більше, ніж число ступенів вільності, якщо між найпростішими рухами встановлені функціональні залежності, які є додатковими умовами зв'язку (як у гвинтовій парі).

Розглянемо спочатку різні кінематичні пари, у яких окремі найпростіші можливі рухи їх ланок функціонально між собою не пов'язані. Для цих пар числу умов зв'язку, що накладаються на відносний рух їх ланок, відповідає таке ж число виключених найпростіших рухів.

Для зручності аналізу структури механізмів всі кінематичні пари поділяються на класи у залежності від числа умов зв'язку, що накладаються ними на відносний рух їх ланок (по Малишеву А. П.). Так як число умов зв'язку може бути $1 \leq S \leq 5$, то число класів пар дорівнює 5-и, відповідно до чого існують кінематичні пари I, II, III, IV, V класів. Оскільки клас пари визначається числом умов зв'язку S , то із залежності (1) знаходимо

$$S = 6 - H \quad (2)$$

Клас пари легко визначити, якщо врахувати, що числу ступенів вільності, яким володіє кожна з ланок пари в їх відносному русі, відповідає таке ж число можливих найпростіших рухів. Це нескладно підрахувати.

Наведемо приклади кінематичних пар кожного класу. На рисунку 8 показана кінематична пара, що представляє собою кулю A , яка перекочується з ковзанням по

площині B . Рух кулі відносно площини може бути розкладено на три обертальні рухи навколо кожної з координатних осей і два поступальних рухи (ковзання уздовж осей X і Y). У цьому випадку число ступенів вільності ланок даної кінематичної пари $H = 5$. Ковзання кулі вздовж вертикальної осі неможливо, так як при русі в одну сторону воно обмежене площиною B , а при русі в іншу сторону порушується зіткнення ланок, і, отже, кінематична пара перестася існувати. З рівності (2) випливає, що число умов зв'язку для цієї пари дорівнює $S = 6 - H = 6 - 5 = 1$. Отже, ця пара повинна бути віднесена до пар I класу (п'ятирухома пара). Розглянемо циліндр A , який з ковзанням може перекинутися по площині B (рис. 10). Він може вчиняти щодо площини 4 найпростіших рухи: два обертальних навколо осей X і Z і два поступальних – уздовж осей X і Y . Отже, число ступенів вільності ланок кінематичної пари $H = 4$, а число умов зв'язку на підставі формули (2) дорівнює $S = 6 - 4 = 2$.

Отже, дана кінематична пара повинна бути віднесена до пар II класу (чотирирухома пара).

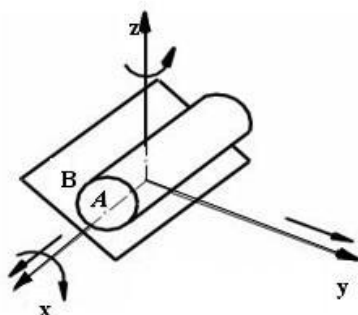


Рисунок 10 – Циліндр на площині

Прикладом пари III класу служить сферична куля, показана на рисунку 11. Ланка A в цьому випадку щодо ланки B може здійснювати 3 обертальні рухи навколо кожної з координатних осей X , Y , Z (і навпаки, ланка B щодо ланки A), жорстко пов'язаних з ланкою B . Отже, $H = 3$ і $S = 6 - 3 = 3$, тобто пара повинна бути віднесена до пар III класу (трьохрухома). Ця пара отримала назву сферичної (кульової). До пар III класу відноситься і пара зображена на рисунку 7.

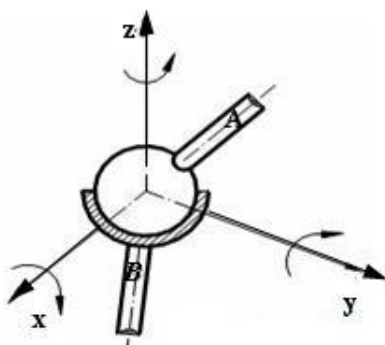


Рисунок 11 – Сферична пара

На рисунку 12 показана кінематична пара IV класу. Циліндр знаходиться в порожньому циліндрі *B*. Ця пара допускає два рухи *A* відносно циліндра *B* (обертання і ковзання ланки *A* (або ланки *B*) навколо і вздовж осі *X*. Число ступенів свободи ланок в цьому випадку $H = 2$. Отже, $S = 6 - 2 = 4$ і ця пара повинна бути віднесена до пар IV класу (двухрухома). Ця пара отримала назву циліндричної пари.

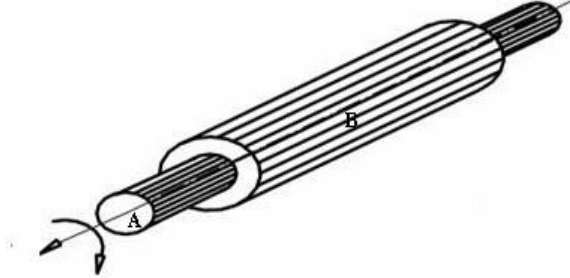


Рисунок 12 – Циліндр в порожньому циліндрі

На рисунку 6 показана кінематична пара V класу. Вона допускає лише один обертальний рух ланок *A* і *B* навколо осі *X-X*. Отже, $H = 1$ і $S = 6 - 1 = 5$, і ця пара повинна бути віднесена до пар V класу (однорухома пара). Це обертальна пара.

На рисунку 13 також показана кінематична пара V класу, так як вона допускає лише один поступальний рух ланок *A* і *B* однієї щодо іншої вздовж осі *X-X*. Це поступальна пара.

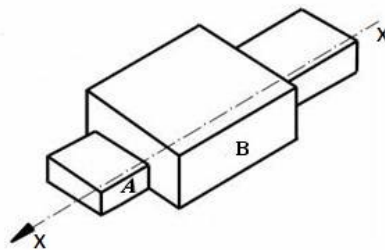


Рисунок 13 – Поступальна кінематична пара

Відзначимо, що при розгляді можливих рухів, якими володіють ланки пар в їх відносному русі, необхідно мати на увазі, що ці рухи повинні розглядатися лише як можливі для даного моменту часу.

Розглянуті вище кінематичні пари відносяться до пар, для яких миттєві можливі рухи їх ланок не залежать одне від одного. Однак існують кінематичні пари, для яких відносні рухи їх ланок пов'язані будь-якою геометричною залежністю. Як приклад розглянемо один вид такої пари, який найбільш часто зустрічається в механізмах – гвинтову пару (рис. 14).

На перший погляд, це пара IV класу, обертальний і поступальний відносні рухи ланок якої показані умовою, що заданому куту повороту (φ) однієї

ланки щодо іншої навколо осі Х-Х відповідає поступальне переміщення h уздовж тієї ж осі. В цьому випадку, хоча ланки пари мають і поступальний, і обертальний рухи, ці рухи пов'язані умовою $h = h(\varphi)$. Таким чином, на відносний рух ланок пари накладена ще один додатковий зв'язок, виражений вищенаведеним співвідношенням. У цьому випадку пара повинна бути віднесена ні до IV, а вже до V класу.

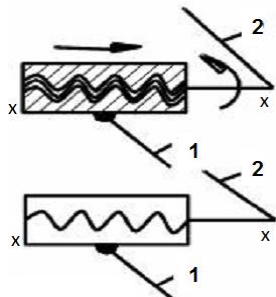


Рисунок 14 – Гвинтова пара

Усередині кожного класу кінематичні пари можуть бути поділені на види, в залежності від різних поєднань допустимих або обмежених в них рухів. Наприклад, на рисунках 6 і 13 зображені кінематичні пари V класу: перша допускає обертальний рух, а друга – поступальний рух ланок. Перша кінематична пара відноситься до кінематичних пар V класу першого виду, а друга – до кінематичних пар V класу другого виду.

Залежно від характеру елементів дотичних ланок кінематичні пари поділяються на нижчі і вищі.

Кінематична пара, яка може бути виконана стиканням елементів її ланок по поверхні, називається нижчою.

Кінематична пара, яка може бути виконана стиканням елементів її ланок тільки по лініях або в точках, називається вищою.

Прикладами нижчих кінематичних пар є пари, показані на рисунках 6, 11, 12, 13, 14. Пари, показані на рисунках 7, 8, 10 є вищими.

Для того, щоб елементи кінематичної пари перебували в постійному контакті, вони повинні бути замкнуті. Замикання може бути або геометричним, або силовим.

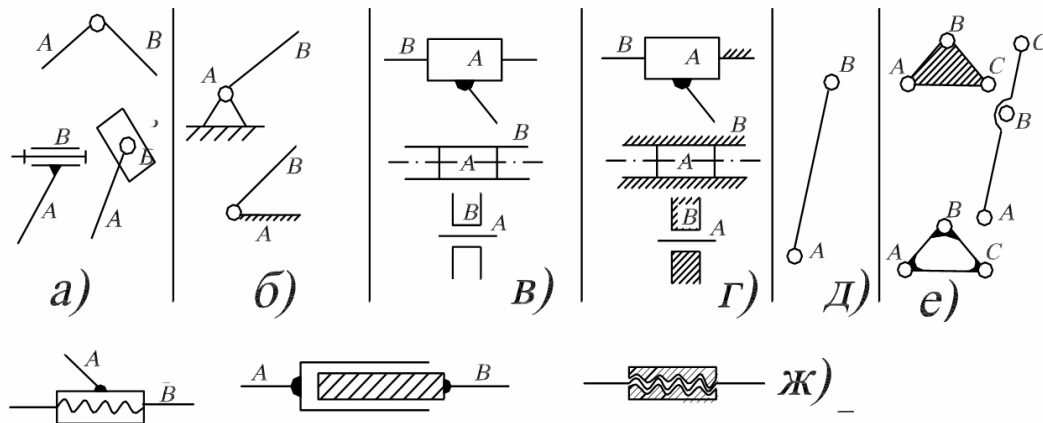
Геометричне замикання здійснюється відповідними геометричними формами елементів ланок кінематичної пари (див. рис. 6, 11 ... 14).

Силове замикання здійснюється силою ваги, силою пружності пружин і тощо. Наприклад, щоб пари, показані на рисунках 7, 8, 9, були замкнутими, необхідно кулю або циліндр притискати до площини або одне до одного з будь-якої силою.

При схематичному зображенні механізмів на кресленнях зручніше замість конструктивного зображення кінематичних пар і ланок ввести їх умовні зображення. Розглянемо умовні зображення деяких, що найбільш вживаються, кінематичних пар (рис. 15).

Обертальні кінематичні пари V класу для випадку з'єднання двох рухомих ланок – див. рис. 15, а, для випадку з'єднання рухомої і нерухомої ланок – див. рис. 15, б.

Поступальні кінематичні пари V класу для випадку з'єднання двох рухомих ланок – див. рис. 15, в, для випадку з'єднання одної рухомої і одної нерухомої ланок – див. рис. 15, г. Гвинтова пара V класу – див. рис. 15, ж. Схематичне зображення ланки, що входить в дві обертальні кінематичні пари А і В, показано на рис. 15, д, а на рис. 15, е – ланок, що входять в три кінематичні пари.



а, в – з'єднання двох рухомих ланок; б, г – з'єднання рухомих і нерухомих ланок; д, е – обертальні кінематичні пари; ж – гвинтова пара

Рисунок 15 – Умовні зображення кінематичних пар

2.2 Кінематичні ланцюги. Їх види та рухомість. Формула Сомова-Малишева

Кінематичним ланцюгом називається система ланок, пов'язаних між собою кінематичними парами. Кінематичні ланцюги діляться на прості і складні.

Простим кінематичним ланцюгом називається такий ланцюг, в якому кожна ланка входить не більше, ніж в дві кінематичні пари.

Складним кінематичним ланцюгом називається ланцюг, в якому є хоча б одна ланка, що входить більше, ніж в дві кінематичні пари.

Прості і складні кінематичні ланцюги, в свою чергу, діляться на замкнуті і незамкнуті (рис. 16).

Замкнутим кінематичним ланцюгом називається кінематичний ланцюг, ланки якого утворюють один або кілька замкнутих контурів.

На рисунку 16 зображено кінематичний ланцюг, що складається з 4-х ланок, що утворюють три кінематичні пари: дві обертальні кінематичні пари V класу і одну поступальну V класу (В).

Незамкнутим кінематичним ланцюгом називається кінематичний ланцюг, ланки якого не утворюють замкнутих контурів.

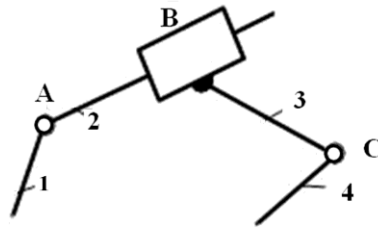
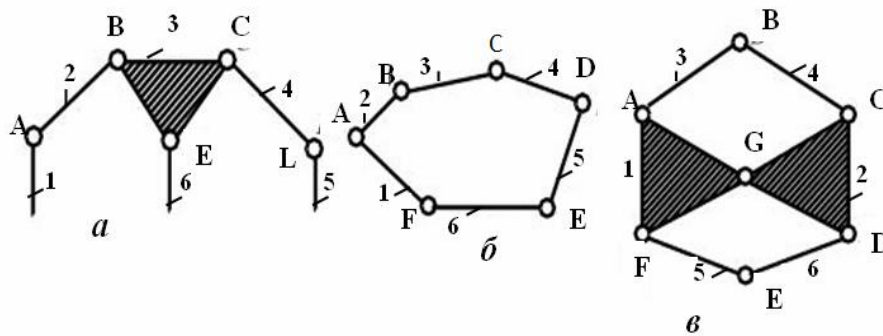


Рисунок 16 – Простий незамкнутий кінематичний ланцюг

На рисунку 17 показані схеми різних видів кінематичного ланцюга, що складається з 6-ти ланок.



а – складний незамкнутий кінематичний ланцюг; *б* – простий замкнутий кінематичний ланцюг; *в* – складний замкнутий кінематичний ланцюг.

Рисунок 17 – Види кінематичних ланцюгів

Якщо на рух ланки в просторі не накладено ніяких умов зв'язку, то вона володіє 6-ю ступенями вільності. Тоді, якщо число ланок кінематичного ланцюга дорівнює «к», то загальне число ступенів вільності, яким володіють «к» ланок до їх з'єднання в кінематичні пари дорівнює $6k$. З'єднання ланок в кінематичні пари накладає різне число зв'язків на відносний рух ланок, що залежить від класу пар. Якщо число пар I класу, в які входять ланки розглянутого кінематичного ланцюга позначимо як p_1 , число пар II класу – p_2 , число пар III класу – p_3 , число пар IV класу – p_4 , число пар V класу – p_5 , то з $6k$ ступенів вільності, якими володіли ланки до їх входження в кінематичні пари, необхідно виключити ті ступені вільності, які віднімаються входженням ланок в кінематичні пари. Тоді число ступенів вільності, яким володіє кінематичний ланцюг дорівнює:

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (3)$$

Якщо одна з ланок кінематичного ланцюга буде нерухомою, то загальне число ступенів вільності зменшиться на 6-ть і число ступенів вільності W щодо нерухомої ланки дорівнюватиме:

$$W = H - 6 \quad (4)$$

Число W ступенів вільності кінематичного ланцюга щодо ланки, прийнятої за нерухому, називається числом ступенів рухомості (вільності).

Підставляючи в формулу (4) замість H його вираз зі співвідношення (3) отримуємо

$$W = 6 \times (k-1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (5)$$

Якщо позначити $k - 1 = n$, то

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (6)$$

Вираз (6) називається формулою рухомості або структурною формулою кінематичного ланцюга загального вигляду (або формулою Сомова-Малишева).

2.3 Механізм, як кінематичний ланцюг. Його структурна і кінематична схема, узагальнена координата. Плоскі механізми. Формула Чебишева П. Л.

Механізмом називається такий кінематичний ланцюг, в якому при заданому русі однієї або декількох ланок щодо будь-якої з них всі інші ланки здійснюють однозначно визначувані рухи. Будь-який механізм є кінематичним ланцюгом. Не всякий кінематичний ланцюг є механізмом.

Ланка (ланки) механізму, якої повідомляється рух, що перетворюється в необхідний рух інших ланок механізму, називається *вхідною ланкою* (вхідними ланками).

Ланка (ланки) механізму, яка вчиняє необхідний рух для якого призначений механізм, називається *вихідною ланкою* (вихідними ланками).

Ведучою ланкою називається ланка, для якої сума елементарних робіт всіх зовнішніх сил, прикладених до неї, є додатною.

Веденою ланкою називається ланка, для якої сума елементарних робіт всіх зовнішніх сил, прикладених до неї, є від'ємною або дорівнює нулю.

Якщо механізм має одну ступінь вільності, то одній з ланок механізму ми можемо надати щодо стояка будь-який цілком певний закон руху (одну узагальнену координату механізму), наприклад, обертальний або гвинтовий рух із заданими швидкостями. При цьому всі інші ланки механізму отримають цілком певні рухи, які є функціями заданого (якщо 2-ї ступені вільності, то 2-ї узагальнені координати і т. д.)

Кожна з незалежних між собою координат, що визначають положення всіх ланок механізму щодо стояка, називається *узагальненою координатою механізму*.

Ланка, якій приписується одна або кілька узагальнених координат механізму, називається *початковою ланкою*.

Число узагальнених координат механізму дорівнює числу ступенів рухомості.

Величина X за узагальнену координату не може бути прийнята (рис. 19).

φ_1 – узагальнена координата механізму. В якості узагальнених координат беруться закони руху ланок, що входять в кінематичні пари зі стояком. Для вивчення руху механізму недостатньо знати структуру його, тобто число ланок, число і класи кінематичних пар. Необхідно також знати розміри окремих ланок, що впливають на рух, взаємне положення ланок і т. д. Тому при вивченні структурних, кінематичних і динамічних властивостей, прийнято користуватися моделями.

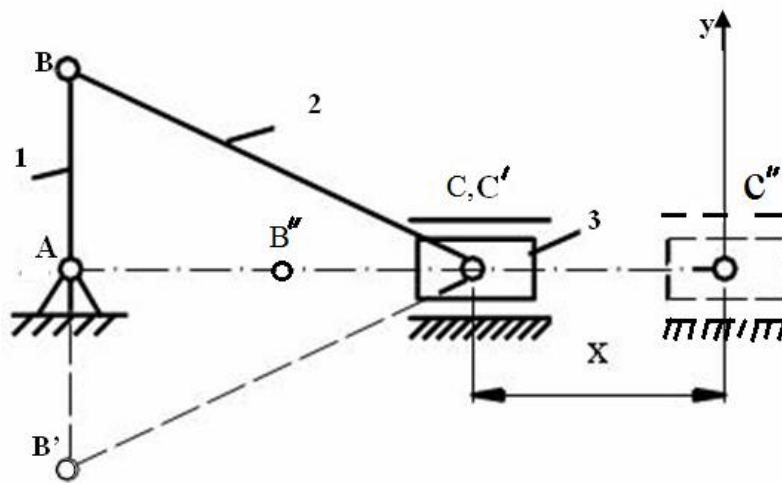


Рисунок 19 – До визначення узагальненої координати механізму

Умовне графічне зображення механізму, виконане без урахування масштабу, яке вказує число і види ланок і кінематичних пар, а також стояк називається *структурною схемою механізму*.

Умовне графічне зображення механізму, виконане в певному масштабі з точним дотриманням розмірів і форм ланок, від яких залежить їх відносний рух, називається *кінематичною схемою механізму* або його *кінематичною моделлю*.

Рухомість механізму вказує, скільки необхідно приводів механізму для повної визначеності руху всіх ланок.

У загальному випадку число ступенів рухомості механізму W може бути визначено по структурній формулі:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

якщо на рухи ланок, що входять до складу механізму не накладено яких-небудь загальних додаткових умов.

Нехай, наприклад, у механізму, який складається з кінематичних обертовальних пар V класу, осі всіх пар паралельні. Виберемо нерухому систему координат X, Y, Z так, щоб напрямком осі X співпадав з напрямком осей пар, а осі Y і Z лежали в площині, перпендикулярній до осей пар (рис. 20).

В цьому випадку точки ланок механізму ABCD будуть рухатися в площинах, паралельних одній загальній нерухомій площини S , що містить осі Y і Z , і ми будемо мати так званий плоский механізм, тобто механізм, точки ланок якого описують траєкторії, що лежать в паралельних площинах.

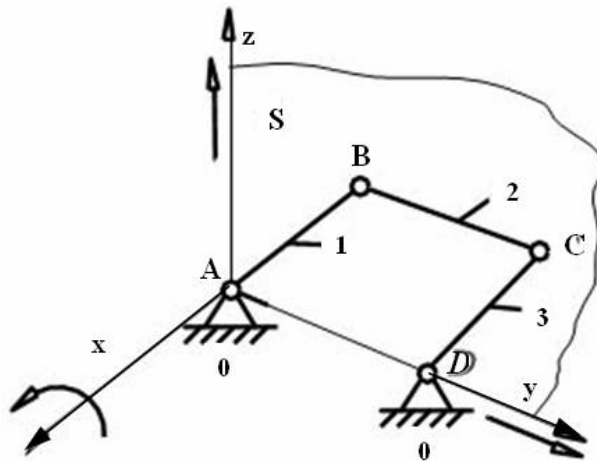


Рисунок 20 – Плоский механізм

З шести можливих рухів, три не можуть бути здійснені. Можливі: обертання навколо осі X , а також поступальні рухи уздовж осей Y і Z .

Якщо на рух усіх ланок механізму в цілому накладено три загальних обмеження, то ця обставина має бути врахована при підрахунку числа ступенів вільності окремих ланок і ступенів свободи механізму в цілому.

Для розглянутого механізму число ступенів вільності рухомих ланок буде виглядати так: $(6-3) \times n = 3n$. Відповідно, замість $5p_5$ зв'язків, що накладаються парами V класу, в цьому механізмі пари V класу будуть накладати $(5-3) \times p_5 = 2p_5$ зв'язків. Структурна формула механізму прийме наступний вигляд:

$$W = (6-3) \times n - (5-3) \times p_5 - (4-3) \times p_4 - (3-3) \times p_3 ,$$

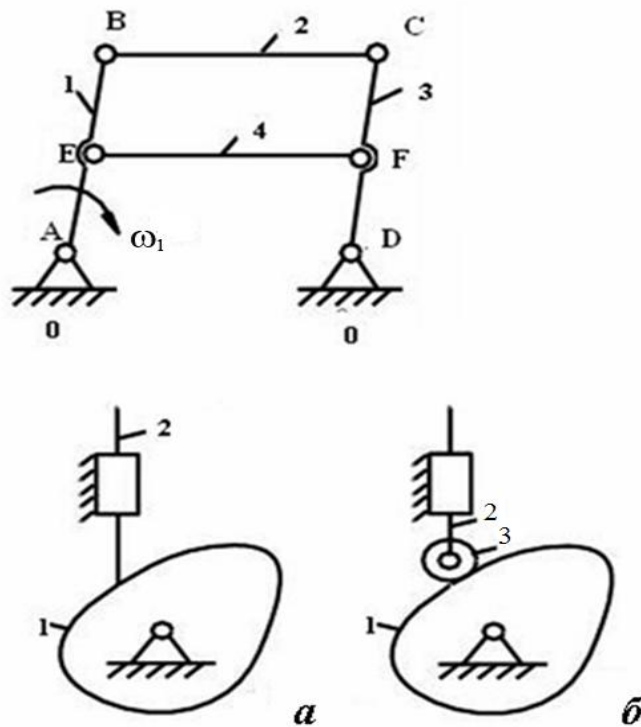
$$\text{тобто} \quad W = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (7)$$

Ця структурна формула для визначення рухомості плоских механізмів загального вигляду називається формулою Чебишева П. Л.

Крім ступенів вільності ланок і зв'язків, які активно впливають на характер руху механізмів, в них можуть зустрітися ступені вільності і умови зв'язків, що не роблять ніякого впливу на характер руху механізму в цілому. Видалення з механізмів ланок і кінематичних пар, яким ці ступені вільності належать, може бути зроблено без зміни загального характеру руху механізму в

цілому. Такі ступені вільності називаються зайвими ступенями вільності, а зв'язки – надлишковими або пасивними зв'язками.

Приклад механізму з надлишковими або пасивними зв'язками показано на рис. 21. В ньому: $AB = DC$, $AD = EF = BC$, $AE = BE$ и $DF = FC$. Ланку EF можна видалити, так як ця ланка, що входить в кінематичні пари E і F, накладає на рух механізму умови зв'язку, які є надлишковими.



а – загострений штовхач; б – роликовий штовхач

Рисунок 21 – Механізми з надлишковими зв'язками та місцевими рухомостями

На рисунку 21, б показано кулачковий механізм, що містить одну місцеву рухомість – здатність ролика обертатися навколо власної осі, не надаючи при цьому ніякого впливу на характер руху механізму в цілому.

2.4 Основна ознака утворення плоских механізмів. Структурні групи Ассура Л. В.

Процес утворення цього механізму (рис. 22) можна представити як послідовне приєднання до ланки 1 ланок 2 і 3. Потім ланка 2 подовжується, і до неї приєднуються ланки 4 і 5. К ланці 3 приєднуються ланки 6 і 7. (I, II, III – групи що приєднуються).

Структурна група Ассура – найпростіший кінематичний ланцюг з нульовим ступенем вільності (рухомості) щодо тих ланок, з якими входять в кінематичні пари V класу вільні елементи її ланок і не розпадаються на більш прості ланцюги, що володіють також нульовим ступенем рухомості ($W = 0$).

Властивості структурної групи Ассура:

- 1) має вільні елементи кінематичних пар, якими може приєднуватися до інших ланок;
- 2) містить тільки нижчі пари V класу – обертальні і поступальні;
- 3) щодо тих ланок, до яких приєднується, має рухомість, яка дорівнює нулю, тобто ланки групи пересуваються тільки тоді, коли переміщуються ланки, до яких група приєднана.

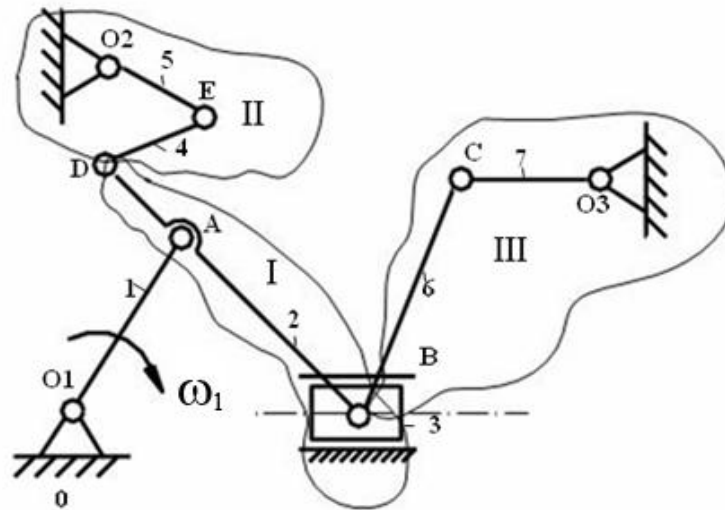
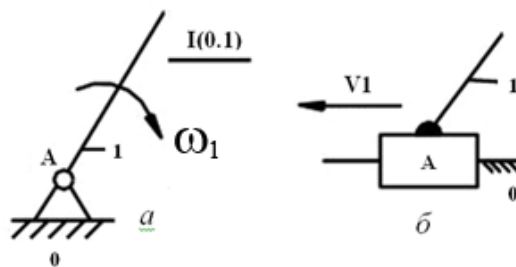


Рисунок 22 – Плоский важільний механізм

Будь-який механізм може бути отриманий шляхом послідовного приєднання до одного або декількох первинних механізмів, що складаються з вхідної ланки і стояка, особливих кінематичних ланцюгів, що називаються структурними групами Ассура.

Найчастіше первинним механізмом є механізм важеля, що складається з кривошипа 1 і стояка 0 (рис. 23, а). Роль первинного механізму може також виконувати повзун 1 і стояк 0 (рис. 23, б).



а – вхідна ланка обертається; б – вхідна ланка рухається поступально

Рисунок 23 – Первинний механізм

Найбільшого поширення набули механізми, що мають в своєму складі один первинний механізм, так як в цьому випадку необхідно приводити в рух одну вхідну ланку, тобто мати один привід, наприклад, електродвигун.

Первинний механізм є механізмом I класу.

Група, що має дві ланки і три пари V класу, називається структурною групою II класу.

Механізми, до складу яких входять групи класу не вище другого, називаються механізмами II класу.

Структурні групи діляться на класи, порядки і види.

Клас групи визначається числом кінематичних пар, що утворюють найбільш складний замкнутий контур групи.

Порядок групи визначається числом її крайніх (зовнішніх) кінематичних пар.

Вид групи визначається кількістю і взаємним розташуванням обертальних і поступальних пар в групі.

Кінематичні пари A і C – зовнішні кінематичні пари.

Кінематична пара B – внутрішня.

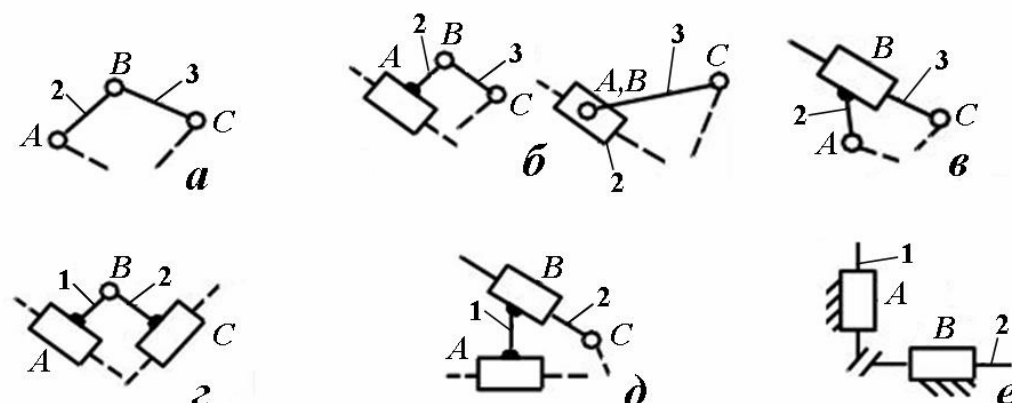
$\Pi(2,3)_{2,1}$ – називається двохповідкова структурна група (рис. 24, а)

На рисунку 24, б крайня обертальна кінематична пара замінена поступальною. Довжина повідка АВ може бути рівною нулю – $\Pi(2,3)_{2,2}$.

На рисунку 24, в середня обертальна пара замінена на поступальну – $\Pi(2,3)_{2,3}$.

На рисунку 24, г дві крайні обертальні пари замінені поступальними – $\Pi(2,3)_{2,4}$.

На рисунку 24, д одна крайня обертальна пара і дві поступальні – $\Pi(2,3)_{2,5}$.



а – 1-й вид; б – 2-й вид; в – 3-й вид; г – 4-й вид;

д – 5-й вид; е – клиновой механизм

Рисунок 24 – Види найпростіших структурних груп Ассура

Якщо всі три обертальні пари замінити на поступальні (рис. 24, е), то буде отриманий клиновий механізм $W = 2n - p_5$ (формула Добровольського).

При класифікації механізмів можна обмежитися розглядом механізмів, в яких всі вищі пари попередньо замінені відповідними ланцюгами, утвореними парами V класу. Тоді

$$W = 3n - 2p_5 = 0 \Rightarrow p_5 = 3/2 n. \quad (8)$$

Оскільки число ланок і пар може бути тільки цілим, то умові (8) задовольняють лише такі поєднання чисел ланок і кінематичних пар, що входять в групу (табл. 1).

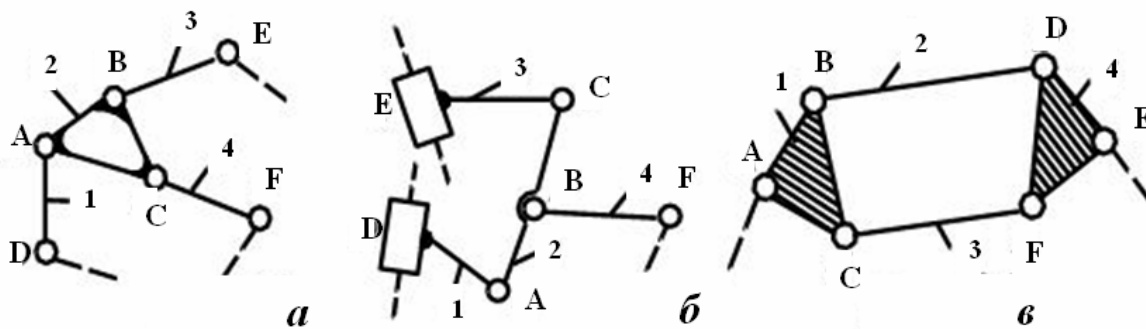
Таблиця 1 – Сполучення n і p_5 в групах Ассура

№ п/п	1	2	3	4
n	2	4	6	8
p_5	3	6	9	12

Ми розглянули найпростіше поєднання чисел ланок пар: $n = 2$; $p_5 = 3$. Розглянемо групу

$$n = 4 \text{ и } p_5 = 6.$$

Кінематичний ланцюг складається з ланки ABC, від якої йдуть три повідка: АД, ВЕ, CF, (рис. 25, а; б).



а – III (1,2,3,4)₃; б – III (1,2,3,4)₃; в – IV(1,2,3,4)₂

Рисунок 25 – Складні структурні групи Ассура

Ланка 2 – базова, 1,3,4 – повідки.

Цей ланцюг представляє собою складний незамкнутий кінематичний ланцюг, є групою III класу третього порядку і називається триповідковою групою, III(1,2,3,4)₃.

Дана структурна група 3-го порядку.

Клас структурної групи вище II-го визначається числом внутрішніх кінематичних пар. Механізми, до складу яких входять групи не вище III класу третього порядку, називаються механізмами III класу.

На рисунку 25, в зображено замкнутий кінематичний ланцюг. Дана група, крім двох базисних ланок ABC і EDF, що утворюють два жорстких контури, має один рухомий чотиристоронній замкнутий контур CBDF. Є групою IV класу другого порядку, так як приєднання групи до основного механізму проводиться двома елементами А і Е.

Механізми, до складу яких входять групи не вище IV класу другого порядку, називаються механізмами IV класу.

При виконанні структурної класифікації слід мати на увазі, що клас механізму може залежати від того, яка ланка є ведучою.

3 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Кінематичний аналіз – вивчення руху ланок механізму без врахування сил, які обумовлюють цей рух.

3.1 Завдання і методи кінематичного аналізу

Три основні завдання:

- 1) визначення переміщень ланок і траєкторій, описуваних точками ланок;
- 2) визначення швидкостей окремих точок ланок і кутових швидкостей ланок;
- 3) визначення прискорень окремих точок ланок і кутових прискорень ланок.

Якщо механізм має одну ступінь вільності, то переміщення, швидкості і прискорення ланок і точок механізму є функціями переміщень, швидкостей і прискорень однієї з ланок, прийнятої за початкову.

Основними методами кінематичного аналізу є:

- 1) графоаналітичний;
- 2) аналітичний;
- 3) експериментальний

3.2 Способи завдання законів руху вхідних ланок

Для виконання кінематичного аналізу повинні бути відомі:

- 1) кінематична схема (з урахуванням масштабу);
- 2) закон руху вхідної ланки (або закони руху вхідних ланок).

Закони руху можуть бути задані в аналітичній формі у вигляді відповідної функції, що зв'язує переміщення початкової (вхідної) ланки з часом.

Якщо вхідна ланка входить у обертальну пару зі стояком, то задається функція $\varphi = \varphi(t)$, де φ – кут повороту початкової ланки відносно нерухомої системи координат ХОУ, пов'язаної зі стояком, а t – час (рис. 26).

Якщо вхідна ланка входить зі стояком в поступальну пару (рис. 27), то задається функція $S = S(t)$, де S – переміщення довільно обраної точки А початкової ланки відносно нерухомої системи координат ХОУ, пов'язаної зі стояком, а t – час.

Названі функції є функціями переміщень.

Закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функцій швидкостей $\omega = \omega(t)$ або $V = V(t)$.

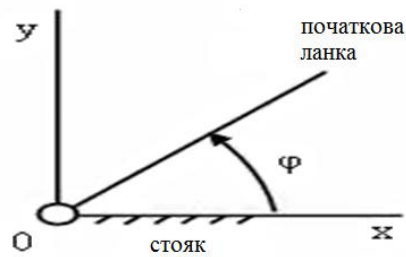


Рисунок 26 – Початкова ланка входить в обертальну пару зі стояком

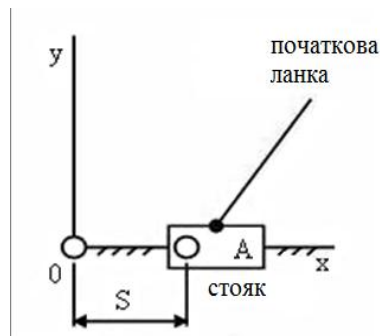


Рисунок 27 – Початкова ланка входить зі стояком в поступальну пару

Тоді перехід від функції швидкостей до функцій переміщень може бути здійснений шляхом обчислення інтегралів

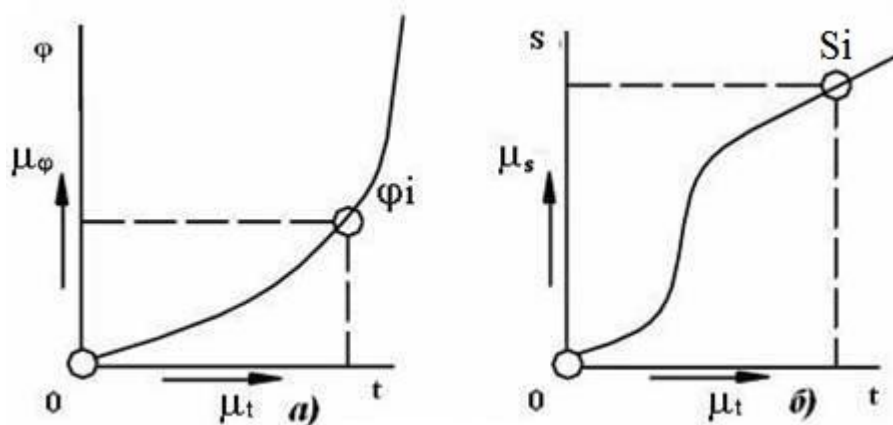
$$\varphi = \int_{t_0}^{t_i} \omega(t) dt ; S = \int_{t_0}^{t_i} V(t) dt .$$

Закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функції прискорень $\varepsilon = \varepsilon(t)$, або $a = a(t)$, то перехід до функцій швидкостей здійснюється шляхом обчислення інтегралів:

$$V = \int_{t_0}^{t_i} a(t) dt \quad \omega = \int_{t_0}^{t_i} \varepsilon(t) dt .$$

Визначивши функції швидкостей, можна визначити і функції положень.

Функції $\varphi = \varphi(t)$ и $S = S(t)$ можуть бути також задані графічно у вигляді кривих (рис. 28), де по осях ординат відкладені кут повороту φ (рис. 28, а) або переміщення S (рис. 28, б) в деяких обраних масштабах μ_φ і μ_S , а по осях абсцис – час t в обраному масштабі.



*а – вхідна ланка здійснює обертальний рух;
б – вхідна ланка здійснює поступальний рух*

Рисунок 28 – Закони руху початкової ланки

3.3 Графоаналітичний метод кінематичного аналізу механізмів. Метод засічок. Масштаби в ТММ

При русі механізму положення його ланок постійно змінюються, але в кожен певний момент часу вони займають цілком певні положення, і тому положення цих ланок можна як би сфотографувати.

Для важільних механізмів з твердими ланками при відомих їх розмірах завжди можна побудувати картину переміщення всіх їх точок і ланок в залежності від переміщення ланки обраної за вхідну. Це виконується за допомогою методу засічок при відомих розмірах ланок і траєкторій окремих точок.

Графічна побудова кінематичної схеми механізму, відповідна заданому значенню його узагальненої координати, називаються планом положення механізму (планом механізму).

В ТММ прийнято використовувати масштабні коефіцієнти при зображенні на кресленні різних фізичних величин.

Масштабним коефіцієнтом даної фізичної величини називається відношення чисельного значення цієї величини у властивих їй одиницях виміру до довжини відрізка в мм, який зображує цю величину на кресленні.

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{(AB)} = \frac{M}{мм}; l_{AB} - \text{дійсна величина ланки.}$$

$$\mu_v = \left[\frac{M}{с \cdot мм} \right]; \mu_a = \left[\frac{M}{с^2 \cdot мм} \right]; \mu_F = \left[\frac{H}{мм} \right].$$

Можна вибрати масштаб зображення μ_l і перевести $\rightarrow (AB) = \frac{l_{AB}}{\mu_l}$.

На рисунку 29 показано побудову планів положень за допомогою методу засічок.

Кривошип здійснює обертання, повзун здійснює поступальний рух, тому ми знаємо траєкторію руху т. В і т. С.

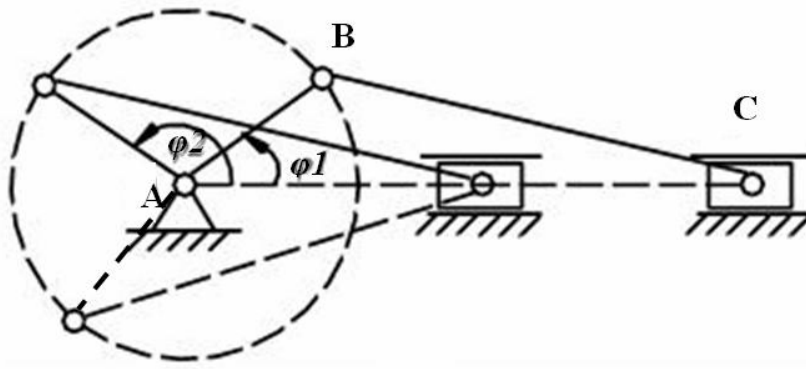


Рисунок 29 – Побудова планів положень механізму

Зв'язок масштабного коефіцієнта μ_l з масштабом М:

$$\mu_l = \frac{0.001}{M}; \quad M = \frac{0.001}{\mu_l},$$

$$M \ 1:2 \Rightarrow \mu_l = 0,002 \text{ м/мм},$$

$$M \ 2:1 \Rightarrow \mu_l = 0,0005 \text{ м/мм}.$$

3.4 Плани швидкостей

Кінематичний аналіз методом плану швидкостей заснований на вирішенні векторних рівнянь графічним шляхом.

План швидкостей механізму – графічна побудова, що являє собою плоский пучок, промені якого зображують в обраному масштабі абсолютні швидкості точок ланок, а відрізки, які з'єднують кінці променів – відносні швидкості відповідних точок для даного положення механізму. Складання векторних рівнянь для побудови планів швидкостей засноване на теоремі про швидкості точок плоскої фігури, відомої з «Теоретичної механіки».

Розглянемо метод плану швидкостей на прикладі механізму насоса (рис. 30).

Дано: кінематична схема, l_i - дійсні розміри ланок, закон руху вхідної ланки (узагальнена координата) φ_1 , $\omega_1 = \text{const}$.

Перед побудовою плану швидкостей необхідно уявити, як працює механізм.

Побудова:

1. Визначимо швидкість т. А: $V_A = \omega_1 \cdot l_{01A}$, де l_{01A} – дійсна довжина ланки 1.

$\vec{V}_A \perp O_1A$ (вектор швидкості т. А спрямований перпендикулярно до напрямку O_1A в сторону обертання ланки).

Виберемо на площині т. p (полюс плану швидкостей). *Полюс плану швидкостей* відображає всі нерухомі точки механізму.

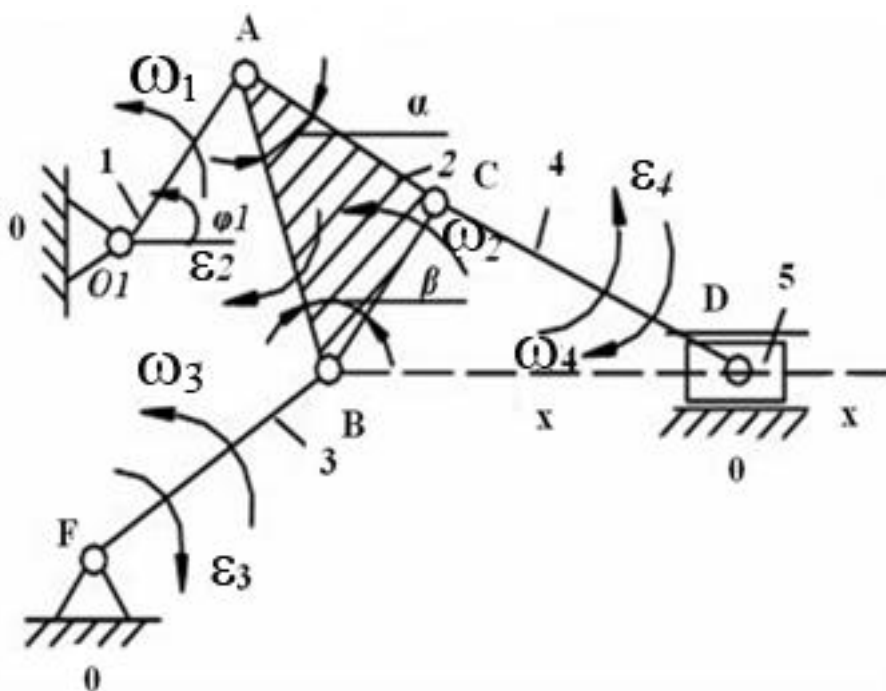
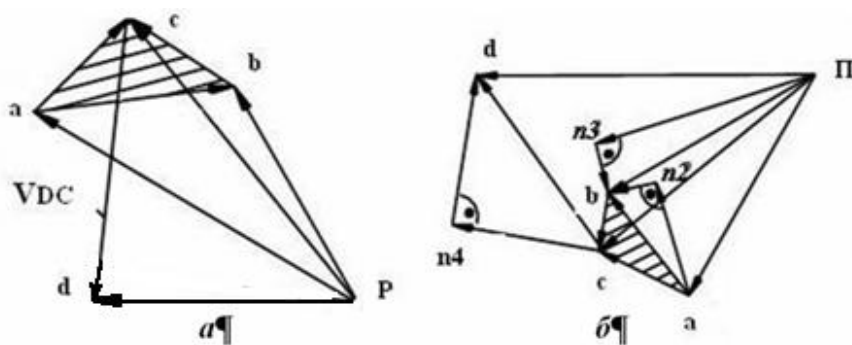


Рисунок 30 – Механізм насоса

$$\mu_v = \frac{M}{c \cdot \text{мм}}$$

$$\mu_a = \dots \frac{M}{c^2 \text{мм}}$$



a – план швидкостей; b – план прискорень

Рисунок 31 – Кінематичний аналіз механізму насоса

Прийmemo $\overline{pa} = \overline{V_A}$ і відкладаємо його від полюса p в будь-якому довільно обраному масштабі швидкості μ_v . При виборі величини масштабу μ_v керуються зручністю обчислень і побудов векторів швидкості.

$$\mu_v = V_A / (pa) = \dots (\text{м/с} \cdot \text{мм}); (pa) = V_A / \mu_v (\text{мм})$$

$$\frac{\bar{V}_B}{\perp BE} = \frac{\bar{V}_A}{\perp O_1 A} + \frac{\bar{V}_{BA}}{\perp AB}$$

2. Ланка АВ здійснює складний рух. Якщо вектор швидкості відомий по модулю і напрямку, то його підкреслюють двічі. Для визначення дійсних величин швидкостей V_B і V_{BA} відрізки (pv) і (av), виміряні в міліметрах, множать на обраний масштабний коефіцієнт μ_v , що показує, скільки одиниць швидкості доводиться на 1 мм відповідного відрізка.

$$V_{BA} = (av) \cdot \mu_v = \dots \text{ (м/с);}$$

$$V_B = (pv) \cdot \mu_v = \dots \text{ (м/с).}$$

Вектори, що зображують абсолютні швидкості $\bar{V}$ виходять з полюса.

V_B – абсолютна швидкість;

V_{BA} – відносна швидкість.

3.

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_C &= \bar{V}_A + \frac{\bar{V}_{CA}}{\perp AC} \\ \bar{V}_C &= \bar{V}_B + \frac{\bar{V}_{CB}}{\perp BC} \end{aligned} \right\} \text{Ланки 2 і 4 здійснюють плоский рух.}$$

За полюс обертання можна вибрати або т. А, або В.

Тоді, наприклад, вектор V_{CA} швидкості т. С щодо т. А спрямований перпендикулярно до напрямку АС.

$$V_C = (pc) \cdot \mu_v;$$

$$V_{CA} = (ac) \cdot \mu_v;$$

$$V_{CB} = (bc) \cdot \mu_v.$$

$$4. \quad \frac{\bar{V}_D}{\perp x-x} = \bar{V}_C + \frac{\bar{V}_{DC}}{\perp CD} \quad \text{т. А и В не можна брати для визначення швидкості}$$

V_D , тому що вони належать різним ланкам.

$$V_D = (pd) \cdot \mu_v;$$

$$V_{DC} = (cd) \cdot \mu_v.$$

Слідства з плану швидкостей:

1. Напрямок вектора відносної швидкості на плані швидкостей обернено порядку проходження індексів:

V_{BA} – направлене від «а» до «в»;

V_{AB} – направлене від «в» до «а»;

V_{DC} – направлене від «с» до «d».

2. Користуючись планом швидкостей, можна визначити чисельні значення кутових швидкостей:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{V_{CA}}{l_{AC}} = \left(\frac{V_{CB}}{l_{BC}} \right) = \frac{(bc) \cdot \mu_V}{BC \cdot \mu_l};$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BE}} = \frac{(p\theta) \cdot \mu_V}{BE \cdot \mu_l};$$

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{l_{CD}} = \frac{(cd) \cdot \mu_V}{CD \cdot \mu_l}.$$

3. Напрямок кутових швидкостей ланок визначається уявним перенесенням векторів відносних швидкостей з плану швидкостей до відповідних точок плану механізму і спробою повернути ланку навколо обраного полюса в сторону дії цього вектора;

4. *Теорема подібності плану швидкостей.* Відрізки прямих, що з'єднують деякі точки однієї і тієї ж ланки на плані механізму, і відрізки прямих, що з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей на плані швидкостей, утворюють подібні аналогічно-розташовані і повернені одна відносно іншої на 90 градусів фігури:

$$\Delta abc \sim \Delta ABC \qquad \frac{(a\theta)}{(bc)} = \frac{AB}{BC} = \dots$$

Перевіркою правильності графічної побудови подібних фігур на плані є порядок проходження букв на схемі і на плані швидкостей.

Вектори всіх відносних швидкостей з'єднують собою кінці векторів повних швидкостей.

3.5 Плани прискорень

Дано: l_i ; φ_1 ; $\omega_i = \text{const.}$

Побудова:

План швидкостей групи передбачається побудованим і, отже, можна вважати відомими швидкості всіх ланок групи.

1.

$$\overline{a}_A = \overline{\overline{a}}_A^n + \overline{\overline{a}}_A^\tau ;$$

$$\quad \quad \quad // O_1A \quad \perp O_1A$$

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A};$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{O_1A};$$

$$a_A^\tau = 0;$$

$$\overline{a}_A = \overline{\overline{a}}_A^n.$$

Прискорення a_A^n направлене до центру обертання – т. O_1 :

$$\overline{\pi a} = \overline{O_1 A}$$

При виборі μ_a масштабного коефіцієнта плану прискорень керуються зручністю обчислень і графічних побудов:

$$\mu_a = \dots (м/с^2 мм); \quad (\pi a) = \frac{a_A}{\mu_a} (мм).$$

Так як $\omega_1 = const$, то $\omega_2 \neq const$, тому прискорення т. В необхідно розкласти на складові).

$$2. \begin{cases} \overline{a_B} = \overline{a_A} + \frac{\overline{a_{BA}^n}}{// AB} + \frac{\overline{a_{BA}^\tau}}{\perp AB} \\ \overline{a_B} = \frac{\overline{a_B^n}}{// BE} + \frac{\overline{a_B^\tau}}{\perp BE} \end{cases} \quad \overline{a_{BA}} = \frac{\overline{a_{BA}^n}}{// AB} + \frac{\overline{a_{BA}^\tau}}{\perp AB}$$

Необхідно проводити проміжні обчислення:

$$\begin{aligned} a_{BA}^n &= \omega_2^2 \cdot l_{AB} & \overline{an_2} &= \overline{a_{BA}^n} & \overline{\pi n_3} &= \overline{a_B^n} \\ a_B^n &= \omega_3^2 \cdot l_{BE}; & (an_2) &= \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} (мм) & (\pi n_3) &= \frac{a_B^n}{\mu_a} (мм) \end{aligned}$$

Для визначення дійсної величини будь-якого прискорення треба відповідний відрізок в міліметрах, взятий з плану прискорень, помножити на зворотний масштабний коефіцієнт μ_a , що показує, скільки одиниць прискорення доводиться на 1 мм відкладеного відрізка:

$$\begin{aligned} a_\theta &= (\pi \theta) \cdot \mu_a; \\ a_{BA}^\tau &= (n_2 \theta) \cdot \mu_a; \\ a_B^\tau &= (n_3 \theta) \cdot \mu_a. \end{aligned}$$

3. Прискорення т. С $\overline{a_C}$ визначаємо на підставі теореми подібності, де $\Delta_{авс} \sim \Delta_{ABC}$ (отриманий трикутник буде повернений, тільки не на 90° , як в разі побудови плану швидкостей).

З т. А під кутом α проводимо пряму, і з т. В під кутом β проводимо пряму. Точка перетину цих прямих і дасть кінець вектора a_c повного прискорення т. С.

Можна було б скласти систему рівнянь, взявши полюси т. А і В, але це громіздко.

4. Прискорення т. D

$$\begin{aligned}\frac{\overline{a_D}}{\parallel x-x} &= \frac{\overline{a_C}}{\parallel DC} + \frac{\overline{a_{DC}^n}}{\parallel DC} + \frac{\overline{a_{DC}^\tau}}{\perp DC} \\ a_{DC}^n &= \omega_4^2 \cdot l_{CD}; \\ (\overline{cn_4}) &= \overline{a_{DC}^n}; \\ (cn_4) &= \frac{a_{DC}^n}{\mu_a}.\end{aligned}$$

Слідства з плану прискорень.

1 Напрямок векторів відносних прискорень обернено порядку проходження індексів.

$\overline{a_{BA}}$ направлено від «а» до «в».

2 Можна визначити модулі та напрямки кутових прискорень:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}; \varepsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{l_{BE}}; \varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}} = \frac{(n_4 d) \cdot \mu_a}{(CD) \cdot \mu_1}.$$

3 Напрямок кутових прискорень ланок визначається мисленим перенесенням векторів тангенціальних складових прискорень з плану прискорень у відповідні точки плану механізму і спробою повернути ланку навколо обраного полюса в сторону дії цього вектора.

4 Теорема подібності плану прискорень.

Відрізки прямих, що з'єднують деякі точки однієї і тієї ж ланки на плані механізму, і відрізки прямих, що з'єднують кінці векторів повних прискорень на плані прискорень утворюють подібні аналогічно розташовані фігури:

$$\Delta abc \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{(ab)}{(bc)} = \frac{AB}{BC} = \dots$$

Розглянуті вище побудови були для одного положення.

Для повного кінематичного аналізу механізму необхідно побудувати його плани положень для повного циклу руху, розбиваючи траєкторію точки вхідного ланки (кривошипа) з будь-яким кроком.

В результаті кінематичного дослідження часто необхідно побудувати кінематичні діаграми або графіки залежності руху будь-якої ланки або точки від узагальненої координати механізму або від часу:

$$S_D=f(t); V_D=f(t); a_D=f(t); S_D=f(\varphi_1); V_D=f(\varphi_1); a_D=f(\varphi_1).$$

4 СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Під синтезом механізму розуміється проектування механізму по заданим його властивостям.

Два основні етапи.

1 Вибір структурної схеми механізму, який здійснюється на основі структурного синтезу механізму (визначає число ланок, пар, стояків) без урахування розмірів.

2 Визначення постійних параметрів обраної схеми механізму по заданим його властивостям. (Визначення розмірів ланок, траєкторій окремих точок. Називається *кінематичним синтезом*).

Метричний синтез – частина кінематичного синтезу. Якщо необхідно при проектуванні механізму врахувати деякі динамічні властивості механізму, то такий синтез називається динамічним. (Визначення мас, прискорень тощо).

Деякі постійні параметри механізму, незалежні між собою, які встановлюються завданням на його синтез, називаються вхідними параметрами синтезу, а параметри, які отримують в результаті синтезу механізму, називаються вихідними параметрами синтезу.

При проектуванні механізму завжди можна виділити одну найголовнішу умову – основну умову синтезу (пов'язана з призначенням механізму).

Розрізняють точні і наближені методи синтезу.

Існують графічні, аналітичні, графоаналітичні і експериментальні методи синтезу.

Всі механізми поділяють на механізми з нижчими кінематичними парами (Vкл.) – (важільні) або стрижневі, і на механізми з вищими кінематичними парами (кулачкові, зубчасті) тощо.

Базовим механізмом для важільних є механізм шарнірного чотириланковика (кривошипно-коромисловий).

Для найпростіших важільних механізмів німецьким вченим Ф. Грасгофом сформульовано умову існування кривошипа, або умову прокручування ланок.

4.1 Теорема Грасгофа

Шарнірний чотириланковий кінематичний ланцюг може тільки тоді утворювати кривошипно-коромисловий або двохкривошипний механізм, коли сума довжин найбільшої і найменшої ланки менше суми довжин двох інших ланок.

Дано: чотириланковий механізм (рис. 32);

ланка 1 – найменша,

ланка 2 – найбільша.

Згідно з теоремою Грасгофа: $l_1 + l_2 < l_0 + l_3$.

Зобразимо траєкторію кривошипа. Покажемо крайні положення механізму (рис. 33).

AB'C'D' – перше крайнє положення механізму;

AB''C''D'' – друге крайнє положення механізму.

AC''=BC-AB;

AC'=BC+AB;

Ψ_3 – кут розмаху коромисла.

Механізм повинен перебувати більшу частину часу в робочій зоні, меншу – в холостій.

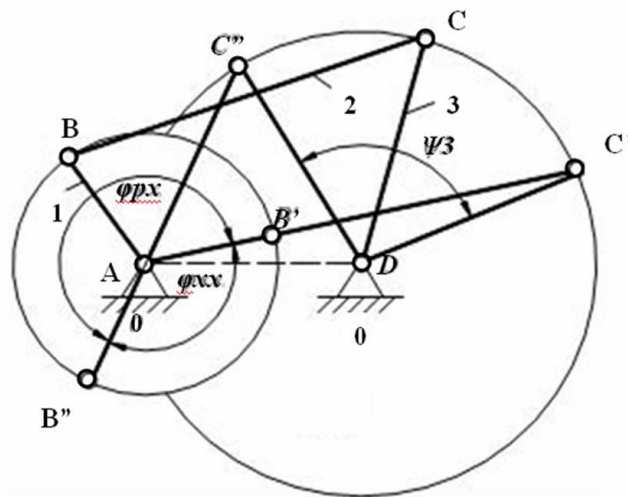


Рисунок 32 – Шарнірний чотириланковий механізм

При будь-якому положенні кривошипа АВ коромисло DC завжди знаходиться між положеннями DC'' і DC'. Положення ланки, з якого вона може рухатися тільки в одному напрямку, називається крайнім положенням ланки.

DC'' і DC' - крайні положення коромисла.

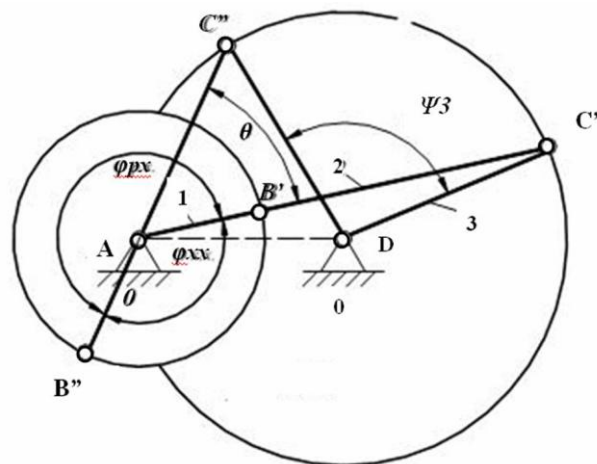


Рисунок 33 – Крайні положення механізму

Переміщення коромисла з положення DC'' в положення DC' відбудеться за той час, поки т. В з положення B'' перейде в стан B', тобто за час повороту кривошипа на кут $(180^\circ + \theta)$. Повернення коромисла в положення DC'' відбудеться за той час, за який кривошип повернеться на кут $(180^\circ - \theta)$.

Важливою характеристикою важільних механізмів є коефіцієнт зміни середньої швидкості вихідної ланки K, який показує співвідношення між часом робочого і холостого ходів.

Відношення середніх швидкостей вихідної ланки за час робочого і холостого ходів і визначає величину цього коефіцієнта.

$$K = \frac{(\omega_3)_{x.x.}^{cp}}{(\omega_3)_{p.x.}^{cp}} \text{ (якщо вихідна ланка обертається – коромисло);}$$

$$K = \frac{(V_3)_{x.x.}^{cp}}{(V_3)_{p.x.}^{cp}} \text{ (якщо вихідна ланка переміщається – повзун).}$$

При $\omega_1 = \text{const}$;

$$t_{p.x.} = \frac{\varphi_{p.x.}}{\omega_1}; \quad t_{x.x.} = \frac{\varphi_{x.x.}}{\omega_1};$$

$$K = \frac{\Psi_3 / t_{x.x.}}{\Psi_3 / t_{p.x.}} = \frac{t_{p.x.}}{t_{x.x.}} = \frac{\varphi_{p.x.}}{\varphi_{x.x.}} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}, \text{ де} \quad (9)$$

θ – кут між крайніми положеннями шатуна.

$$\theta = 180 \cdot \frac{K - 1}{K + 1} \quad (10)$$

5 ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ

При динамічному дослідженні механізмів основна увага приділяється вивченню питань, пов'язаних з дією сил в механізмах і машинах.

Основними завданнями динамічного аналізу механізмів є:

1 – визначення зовнішніх діючих на ланки механізму сил і вивчення впливу цих сил, а також сил тертя та інерції на ланки механізму, кінематичні пари і нерухомі опори, і встановлення способів усунення або зменшення динамічних навантажень при русі механізму;

2 – вивчення режимів руху під дією заданих сил і встановлення способів, що забезпечують задані режими руху механізму.

Перше завдання динаміки механізмів має на меті визначення зовнішніх невідомих сил, що діють на ланки механізму, а також зусиль (реакцій), що виникають в кінематичних парах при русі механізму.

Друге завдання має на меті визначення потужності, необхідної для відтворення заданого руху машини або механізму, і вивчення законів розподілу цієї потужності на виконання робіт, а також вирішення питання про порівняльну оцінку механізмів за допомогою коефіцієнта корисної дії.

У сучасній механіці проводять не статичні, а динамічні розрахунки з урахуванням інертності мас ланок і появи додаткових інерційних навантажень на ланки.

5.1 Силевий аналіз механізмів. Принцип Даламбера в ТММ. Метод кінетостатики

Якщо відомі зовнішні сили, що діють на ланки механізму, і відомі закони руху всіх його ланок, методами механіки можна визначити сили тертя і реакції зв'язків в кінематичних парах, сили опору, що виникають при русі механізму, і тим самим виконати силевий розрахунок механізму.

Силевий розрахунок механізму полягає у визначенні тих сил, які діють на окремі ланки механізму при їх русі.

Важливість вирішення цього завдання полягає в використанні результатів:

- для розрахунку на міцність окремих деталей механізмів;
- для визначення тертя в кінематичних парах;
- для розрахунку на зношування деталей в кінематичних парах і т.д.

Серед розмаїття методів силового розрахунку механізмів в ТММ вельми широке застосування отримав метод силового розрахунку механізмів на основі звичайних рівнянь твердих тіл (метод Даламбера).

Якщо в кожен даний момент часу до всіх зовнішніх сил, діючих на ланку механізму, приєднати сили інерції, то під дією всіх цих сил можна ланку розглядати, що умовно знаходиться в рівновазі і застосовувати до неї рівняння статyki.

Метод силового розрахунку механізмів з використанням сил інерції і застосуванням рівнянь динамічної рівноваги носить іноді назву *кінетостатичного* розрахунку механізмів.

5.2 Класифікація сил, діючих на ланки механізму. Механічні характеристики

Всі діючі на механізм сили поділяють на зовнішні і внутрішні.

Реакції в кінематичних парах, також як і сили тертя, по відношенню до всього механізму є силами внутрішніми, але по відношенню до кожної ланки, що входить в кінематичну пару, виявляються силами зовнішніми.

Зовнішні сили називаються активними, або що задаються. Вони поділяються на сили рушійні і опору.

Рушійними силами в механізмах називають ті сили, які прагнуть прискорити рух механізму, тобто ті, які здійснюють позитивну роботу.

Силами опору в механізмі називаються ті сили, які прагнуть сповільнити рух механізму, тобто ті, які здійснюють негативну роботу.

Силами виробничого опору, або силами корисного опору, називаються ті сили опору, подолання яких необхідно для виконання необхідного технологічного процесу.

Силами невиробничого опору, або силами шкідливого опору, називаються ті сили опору, на подолання яких витрачається додаткова робота понад ту, яка необхідна для подолання корисного опору.

Необхідно відзначити деяку умовність в розподілі сил на сили рушійні і сили опору. Наприклад, сили тяжіння ланок при підйомі їх центрів тяжіння виявляються силами опору, а при опусканні центру тяжіння – силами рухомими. Сили тертя, що виникають в підшипниках, є силами опору, а сили тертя, що виникають в точках контакту при обхваті пасом шківів пасової передачі, є силами рушійними.

Для характеристики різного роду машин використовують спеціальні графічні або аналітичні залежності, які називаються механічними характеристиками.

Залежність рушійної сили, або сили опору, від кінематичних параметрів механізму, що задана аналітично або графічно, називається *механічною характеристикою* відповідно двигуна або робочої машини.

Так як потужність P , момент M і кутова швидкість пов'язані співвідношенням

$$P = M \cdot \omega,$$

то, знаючи залежність $M = M(\omega)$, можна визначити залежність $P = P(\omega)$.

Для машин-двигунів характерним є зменшення крутного моменту M зі збільшенням кутової швидкості ω .

Розглянемо механічні характеристики електродвигунів постійного струму (рис. 34), де ω_H , M_H – номінальні характеристики двигуна.

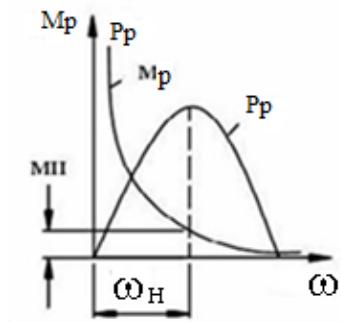


Рисунок 34 – Механічні характеристики електродвигунів постійного струму

Розглянемо механічні характеристики асинхронного електродвигуна (рис. 35). Кутову швидкість ω_C при якій $M_p=0$, називають синхронною.

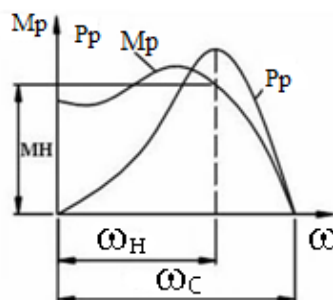


Рисунок 35 – Механічна характеристика асинхронного електродвигуна

На рисунку 36 показані механічні характеристики насоса-компресора.

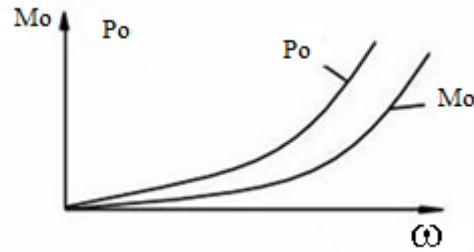


Рисунок 36 – Механічні характеристики насоса компресора

5.3 Визначення сил інерції ланок в різних випадках їх руху

Інерційні навантаження, що діють на окремі ланки можна представити у вигляді головного вектора сил інерції елементарних мас і головного моменту сил інерції.

$\bar{F}_{in}$ – головний вектор сил інерції;

$\bar{M}_{in}$ – головний момент сил інерції;

$$\bar{F}_{in} = -m \cdot \bar{a}_S \quad (11)$$

$$\bar{M}_{in} = -\varepsilon \cdot I_S \quad (12),$$

де m – маса ланки, кг;

$\bar{a}_S$ – вектор повного прискорення центру мас ланки, м/с²;

ε – кутове прискорення, рад/с²;

I_S – момент інерції ланки щодо осі, що проходить через центр мас S і перпендикулярній площині руху ланки, кг·м².

Нехай дана ланка АВ і відомі прискорення $\bar{a}_B$ і $\bar{a}_A$ її т. В і А, повне прискорення $\bar{a}_S$, а також відомо положення центру мас ланки (рис. 37).

$$F_{in} = m \cdot a_S = m \cdot (\pi s) \cdot \mu_a,$$

$$M_{in} = \varepsilon \cdot I_S,$$

$$\text{де } \varepsilon = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{(nb) \cdot \mu_a}{(AB) \cdot \mu_l};$$

Види руху ланок механізму:

- 1 рівномірно прямолінійний рух;
- 2 прямолінійно прискорений рух;
- 3 рівномірно обертальний (навколо осі, що проходить через центр мас ланки);
- 4 рівномірно обертальний (навколо осі, що не проходить через центр мас ланки);

5 прискорене обертання навколо осі, що проходить через центр мас механізму;

6 прискорене обертання навколо осі, що не проходить через центр мас механізму.

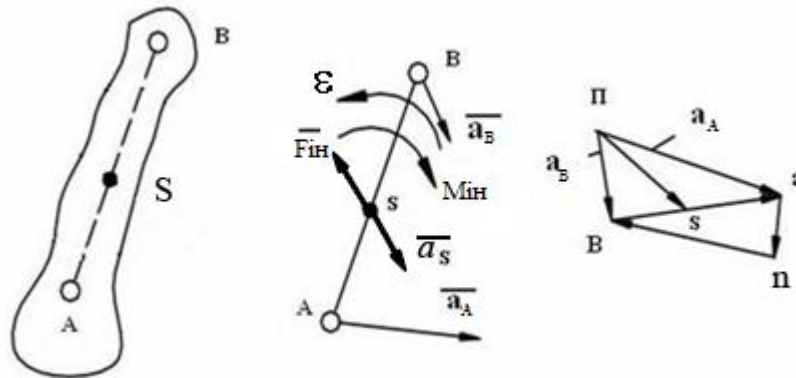


Рисунок 37 – Інерційні навантаження

Для випадків:

$$1 \quad \varepsilon=0; \quad a_s=0; \quad F_{in}=0; \quad M_{in}=0$$

$$2 \quad \varepsilon \neq 0; \quad a_s=0; \quad F_{in}=0; \quad M_{in}=\varepsilon \cdot I_s.$$

5.4 Умова статичної визначеності плоских кінематичних ланцюгів

Якщо в число заданих сил при розрахунку входять і сили інерції ланок, то такий розрахунок називається кінетостатичним.

Кінематичні ланцюги плоских механізмів включають кінематичні пари V класу – обертальні і поступальні; IV класу – вищі.

Характеристики сили – величина, напрямок і точка прикладання.

В обертальній парі V класу результуюча сила реакції R проходить через ось шарніра (рис. 38, а) – відома точка прикладання сили. Величина і напрямок цієї реакції невідомі.

У поступальній парі V класу реакція перпендикулярна до осі руху Х-Х цієї пари (рис. 38, б). Вона відома за напрямком, але невідома її точка прикладання і величина. До вищої парі IV класу (рис. 38, в) реакція F_{12} прикладена в т. К дотику ланок 1 і 2 і спрямована по загальній нормалі n-n, тобто відомо напрямок реакції і її точка докладання.

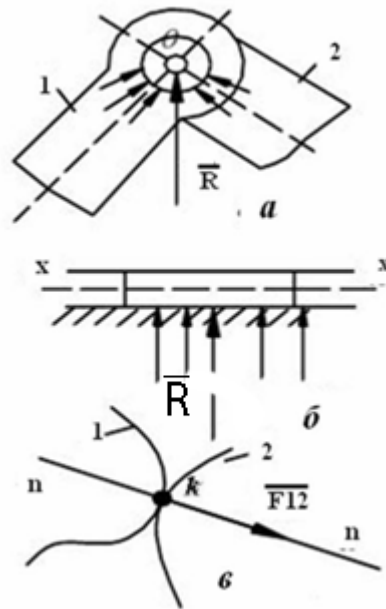
Якщо механізм має «n» ланок, то ми можемо скласти $3n$ рівнянь рівноваги. Для того, щоб кінематичний ланцюг був статично визначений, необхідно, щоб число невідомих не перевищувало число рівнянь рівноваги.

Кінематичний ланцюг буде статично визначений, якщо задовольняється умова:

$$3n = 2p_5 + p_4,$$

де $3n$ – число рівнянь рівноваги,

$(2p_5 + p_4)$ – число невідомих.



а – обертальна кінематична пара; б – поступальна кінематична пара; в – вища кінематична пара

Рисунок 38 – Напрямок результуючої сили реакції

Будь-який механізм з парами IV і V класів може бути замінений на механізм з парами тільки V класу, тоді

$$3n = 2p_5$$

$$p_5 = 3/2n. \quad (13)$$

Таким чином, структурні групи Ассура є статично визначними системами, і тому доцільно плоскі механізми розраховувати методом кінетостатики по структурним групам Ассура. При цьому порядок силового розрахунку є зворотним порядком кінематичного аналізу.

5.5 Визначення реакцій в кінематичних парах методом планів сил (без урахування сил тертя)

Покажемо методику силового розрахунку на прикладі структурної групи II класу 1 виду. При цьому вважаємо відомими усі зовнішні сили і інерційні навантаження, що діють на ланки розглянутої групи. Зазначене завдання будемо вирішувати використовуючи графоаналітичний метод за допомогою плану сил.

Планом сил називається замкнутий силовий багатокутник, побудований в певному масштабі за складеним векторним рівнянням рівноваги даної структурної групи або окремої ланки.

Нехай розглянута група (рис. 39) навантажена силами F_2 і F_3 , і парами з моментами M_2 і M_3 .

Потрібно визначити реакції в кінематичних парах. Виділена структурна група зображена в строго певному масштабі з точним дотриманням положень ланок, точок і напрямків дії сил.

$$\bar{F}_{12} = \frac{\bar{F}_{12}^n}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_{12}^\tau}{\perp AB}$$

$$\bar{F}_{43} = \frac{\bar{F}_{43}^n}{\parallel BC} + \frac{\bar{F}_{43}^\tau}{\perp BC}.$$

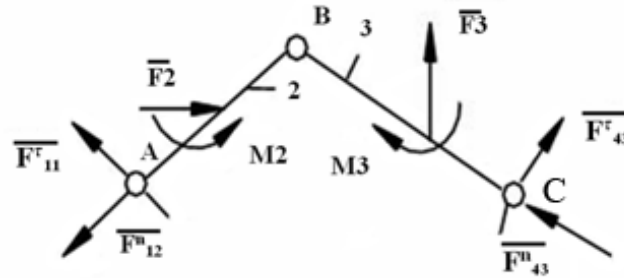


Рисунок 39 – Структурна група II класу 1-го виду

Реакції F_{12} і F_{43} відомі тільки по точкам докладання. Для визначення величин цих реакцій розкладаємо кожен з них на дві складові: одну, що діє по осі ланки, і іншу, перпендикулярну до осі ланки.

Систему будемо умовно вважати, що знаходиться в рівновазі.

$$\sum \bar{F}_i = 0 ; \quad \bar{F}_{12}^n + \frac{\bar{F}_{12}^\tau}{\parallel AB} + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \frac{\bar{F}_{43}^\tau}{\parallel BC} + \bar{F}_{43}^n. \quad (14)$$

Для ланки 2

$$\sum M_B(\bar{F}_i) = 0 \Rightarrow \bar{F}_{12}^\tau \text{ визначаємо.}$$

Для ланки 3

$$\sum M_C(\bar{F}_i) = 0 \Rightarrow \bar{F}_{43}^\tau \text{ визначаємо.}$$

Плечі сил враховуються з урахуванням масштабного коефіцієнта довжини ($h_{Fi} = (h_{Fi}) \cdot \mu_\ell$). За знаком сил F_{12}^τ і F_{43}^τ визначають правильність вибору їх напрямку.

Після визначення F_{12}^τ і F_{43}^τ в рівнянні рівноваги залишаються дві невідомі.

Будемо вважати, що напрямок всіх сил правильний. Вибираємо масштабний коефіцієнт плану сил μ_F , де $\mu_F = (H/мм)$, і переводимо сили F_i у відрізки, які виражають цю силу:

$$(F_i) = \frac{F_i}{\mu_F} \text{ (мм).}$$

Вибираємо полюс плану сил т.f.

Будуємо силовий багатокутник (рис. 40) за рівнянням рівноваги (14)

$$F_{12} = (F_{12}) \cdot \mu_F = \dots(H);$$

$$F_{43} = (F_{43}) \cdot \mu_F = \dots(H);$$

$$\bar{F}_{21} = -\bar{F}_{12};$$

$$\bar{F}_{34} = -\bar{F}_{43}.$$

Для визначення реакції в шарнірі В необхідно скласти векторне рівняння рівноваги для ланки 2 або 3:

$$(2): \sum \bar{F}_i = 0 \quad \underline{\bar{F}_{12}} + \underline{\bar{F}_2} + \underline{\bar{F}_{32}} = 0 \quad (15)$$

$$F_{32} = (F_{32}) \cdot \mu_F = \dots(H); \quad \bar{F}_{23} = -\bar{F}_{32}.$$

Аналогічно виконується силовий розрахунок для інших структурних груп.

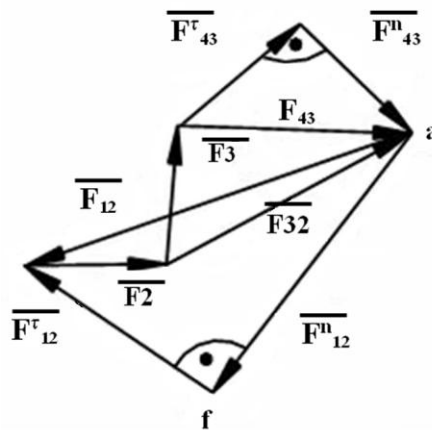


Рисунок 40 – План сил структурної групи II класу 1-го виду

6.6 Силовий розрахунок ведучої ланки

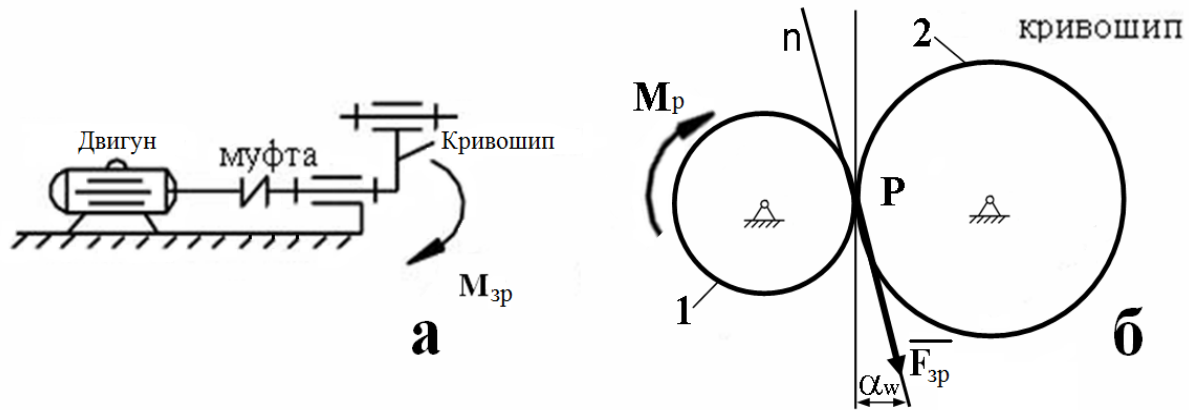
У загальному випадку ведуча ланка під дією зовнішніх сил і інерційних навантажень не знаходиться в рівновазі, так як на неї діють сили з боку або двигуна, або робочої машини. При числі рухомих ланок $n = 1$ і одній парі V класу $p_5 = 1$, число рівнянь рівноваги, які ми можемо скласти, на одиницю менше числа невідомих, які підлягають визначенню, так як

$$3n - 2p_5 = 3 - 2 = 1.$$

Щоб мала місце рівновага, необхідно додатково до ведучої ланки докласти або зрівноважувальну силу $F_{зр}$, або зрівноважувальний момент $M_{зр}$. Як правило, це рушійна сила або рушійний момент.

Зрівноважувальним моментом називають момент сил, що діють на початкову ланку, що забезпечує заданий закон руху.

Буде прикладена або $F_{зр}$, або $M_{зр}$ залежить від способу з'єднання вала робочої машини з валом двигуна. Якщо з'єднані муфтою, то діє $M_{зр}$ (рис. 41, а), якщо за допомогою пасової або зубчастої передачі, то $F_{зр}$ (рис. 41, б). Зрівноважувальна сила $F_{зр}$ в сполучених профілях зубів (див. рис. 41, б) буде направлена по нормалі до профілів сполучених зубів зубчастої передачі.



а – муфтою; б – зубчастою передачею

Рисунок 41 – Способи з'єднання вала робочої машини з валом двигуна

Нехай на початкову ланку 1 (рис. 42) діють: сила F_{21} , що представляє собою реакцію ланки 2 на ланку 1, задана сила F_1 і пара сил з моментом M_1 , що представляють собою результуючі від зовнішніх навантажень і сил інерції.

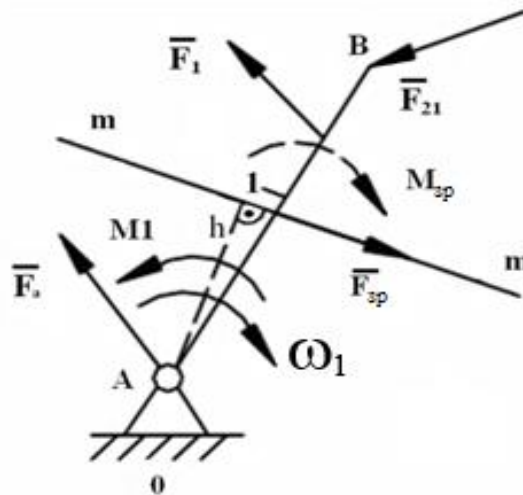


Рисунок 42 – Первинний механізм

Нехай лінією дії зрівноважувальної сили $F_{зр}$ буде пряма m-m. Тоді величина моменту $M_{зр}$ зрівноважувальної сили $F_{зр}$ знайдеться з рівняння моментів всіх сил, що діють на ланку щодо т. А:

$$\sum M_A(\bar{F}_i) = 0 \rightarrow F_{зр}$$

$$\underline{\underline{\bar{F}_1}} + \underline{\underline{\bar{F}_{21}}} + \underline{\underline{\bar{F}_{3p}}} + \underline{\underline{\bar{F}_{01}}} = 0,$$

де $\bar{F}_{01}$ – реакція стійки кривошипа (рис. 43).

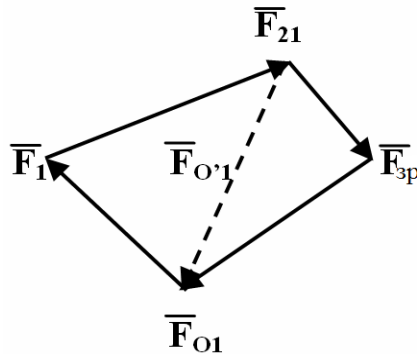


Рисунок 43 – План сил первинного механізму

Якби замість $\bar{F}_{3p}$ був прикладений M_{3p} , то $\sum M_A(\bar{F}_i) = 0 \rightarrow M_{3p}$

$\bar{F}'_{01}$ – визначається для випадку, якщо зрівноважувальною буде не сила, а пара сил:

$$\underline{\underline{\bar{F}_1}} + \underline{\underline{\bar{F}_{21}}} + \underline{\underline{\bar{F}'_{01}}} = 0$$

Таким чином, при виконанні силового розрахунку механізму методом кінетостатики можна рекомендувати наступний порядок розрахунку.

1 Для заданого положення механізму викреслюється його кінематична схема.

2 Будуються плани швидкостей і прискорень, і визначаються прискорення центрів мас, а також кутові прискорення ланок.

3 Визначаються інерційні навантаження, що діють на ланки механізму.

4 Розраховуються зовнішні активні сили, що діють на ланки механізму.

5 Механізм розчленовують на структурні групи Ассура, які креслять з точним дотриманням положень ланок, масштабів, довжин, напрямків і точок прикладання сил, що діють на ланки виділеної групи.

6 Складаються рівняння рівноваги груп або окремих ланок:

$$\sum \bar{F}_i = 0; \quad \sum M_A(\bar{F}_i) = 0.$$

Проводиться їх розрахунок методом планів сил, починаючи з найбільш віддаленої від ведучої ланки групи і послідовно наближаючись до ведучої ланки.

7 Виконується кінетостатичний розрахунок ведучої ланки, визначається зрівноважувальна сила $\bar{F}_{3p}$ або зрівноважувальний момент M_{3p} .

8 Знайдені $\bar{F}_{3p}$ і M_{3p} перевіряються методом Жуковського побудовою важеля.

5.7 Теорема М. Є. Жуковського

В одній зі своїх робіт М. Є. Жуковський показав, що рівновазі механізму з одним ступенем вільності відповідає рівновага деякого важеля, і запропонував спосіб побудови і навантаження важеля.

Метод Жуковського застосуємо для рухомих механізмів. Для цього необхідно визначити сили інерції. Теорема доводиться на основі принципу Даламбера і принципу можливих переміщень.

Теорема Жуковського:

якщо який-небудь механізм з одним ступенем вільності ($W = 1$) під дією прикладених в деяких його точках сил знаходиться в рівновазі, то в рівновазі знаходиться і повернений в будь-яку сторону на 90° план швидкостей цього механізму, що розглядається як жорсткий важіль, що обертається навколо полюса плану і навантажений тими ж силами, що і вихідний механізм, прикладеними у відповідних точках поверненого плану швидкостей.

Повернений план швидкостей на 90° називається *важелем Жуковського* (він виконується без урахування масштабного коефіцієнта швидкості μ_v).

План швидкостей без урахування μ_v називається планом можливих швидкостей. Моменти, що діють на окремі ланки зручно представити у вигляді пар сил на основі теореми про еквівалентність пари сил (рис. 44). При цьому:

$$F = F' = \frac{M}{l_{AB}}; \bar{F} = -\bar{F}'$$

І на важіль Жуковського переносити вже не моменти, а відповідні пари сил.

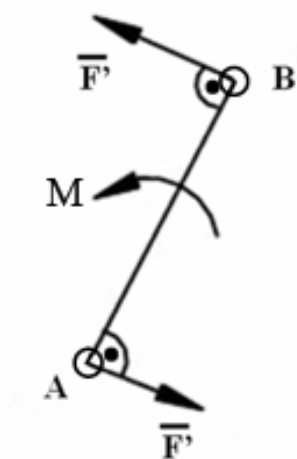


Рисунок 44 – Заміна моменту на пару сил

За допомогою важеля Жуковського можна визначити, без виконання повного силового розрахунку, одну невідому силу, якщо точка прикладення і напрямлення цієї сили задані або один невідомий момент, за умови, що задані величини, напрямку і точки докладання всіх інших сил.

6 АНАЛІЗ РУХУ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

6.1 Режими руху і їх аналіз

Вивчаючи рух механізмів або машини в цілому зазвичай розглядають рух його головного валу, що здійснює обертання з приблизно постійною швидкістю навколо нерухомої осі.

Нехай на механізм діє деяка сила, під дією якої він здійснює рух.

Розглянемо діаграму (тахограму) руху головного валу механізму або робочої машини (рис. 45).

Повний час руху механізму складається з трьох частин.

оа – розбіг або розгін (несталий рух);

ав – ділянку усталеного руху;

вс – вибіг або зупинка.

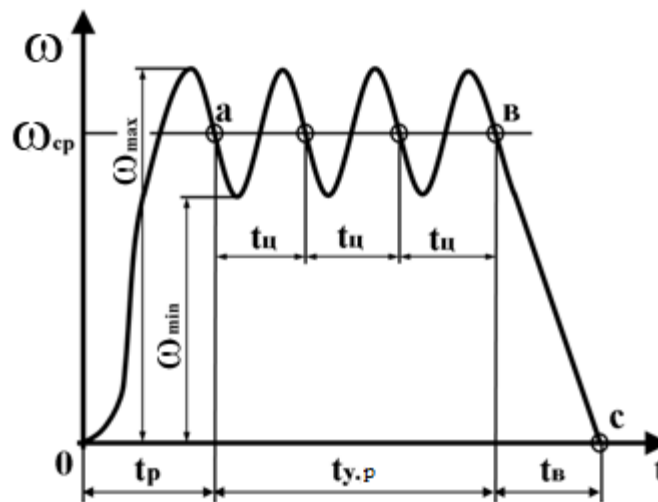


Рисунок 45 – Діаграма руху головного валу механізму

t_u – час циклу усталеного руху.

Проаналізуємо режими руху механізму з точки зору теореми про зміну кінетичної енергії.

$$\begin{aligned} T - T_0 &= \sum A_i \\ T - T_0 &= A_p - A_{к.о.} - A_{ш.о.} \end{aligned} \quad (16)$$

Рівняння (16) називається *загальним рівнянням руху механізму або машини*.

Проаналізуємо отримані рівняння для кожного режиму діаграми руху.

1-а ділянка: $T_0 = 0$; $A_{к.о.} = 0$; $A_p = A_{ш.о.} + T$ – для режиму розбігу, розгону.

2-а ділянка: $T = T_0$; $A_p = A_{к.о.} + A_{ш.о.}$ – для усталеного руху. (16')

3-я ділянка $T = 0$; $A_p = 0$; $A_{к.о.} = 0$; $T_0 = A_{ш.о.} + A_T$.

T_0 – початкове значення кінетичної енергії; T – кінцеве значення кінетичної енергії

Для режиму усталеного руху рівняння (16') справедливо для кожного циклу.

Під час усталеного руху зазвичай швидкість початкової ланки механізму коливається біля середнього значення.

Найважливішою характеристикою усталеного руху є коефіцієнт нерівномірності руху (або коефіцієнт нерівномірності ходу механізму або машини).

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}} \quad (17)$$

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (18)$$

Для якісного виконання технологічного процесу δ бажано мати якомога менше (ідеально = 0, але не завжди можливо).

При нерівномірності руху приводу токарного верстата зменшується точність обробки, при нерівномірності обертання веретен ткацьких верстатів можливі обриви ниток, а нерівномірне обертання роторів генераторів викликає коливання сили світла.

Практикою встановлено розумні межі зміни δ для різних типів машин:

для металорізальних верстатів $\delta = \frac{1}{25} \div \frac{1}{50};$

для двигунів внутрішнього згоряння $\delta = \frac{1}{80} \div \frac{1}{150};$

для ткацьких верстатів $\delta = \frac{1}{20} \div \frac{1}{50};$

для електродвигунів $\delta = \frac{1}{100} \div \frac{1}{200}.$

При проектуванні машин заздалегідь задаються значенням δ і припускають, в яких межах змінюється кутова швидкість.

При заданому δ і ω_{cp} можна обчислити $\omega_{\min}$ і $\omega_{\max}$:

$$\omega_{\min} = \omega_{cp} \cdot (1 - \delta/2); \quad (19)$$

$$\omega_{\max} = \omega_{cp} \cdot (1 + \delta/2). \quad (20)$$

Оскільки коливання швидкості, обумовлені періодичною дією сил механізму, повністю усунути не можна, то потрібно, по можливості, скоротити їх розмах до прийнятних меж. Ця операція називається регулюванням швидкості руху механізму або машини. Це регулювання можна здійснити установкою деяких додаткових мас на обертові ланки, які називаються маховими машинами.

Величину ω_{cp} можна регулювати за допомогою спеціальних регуляторів.

Загальне рівняння руху механізмів:

$$T - T_0 = A_p - A_{к.о.} - A_{ш.о.}$$

Розглянемо питання про енергію, яка споживається машиною на подолання різних видів опору.

Для цього рівняння кінетичної енергії механізму представимо у вигляді:

$$T - T_0 = \left(\sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2} \right) = \pm A_{ин},$$

де V_0 , V – швидкість на початку і наприкінці розглянутого переміщення;

$A_{ин}$ – робота сил інерції.

Подвійний знак у $A_{ин}$ стоїть в силу того, що кінетична енергія, в залежності від значень величин V_0 , V , може бути позитивною і негативною.

Тоді рівняння кінетичної енергії буде мати вигляд:

$$A_p - A_{к.о.} - A_{ш.о.} \pm A_{ин} \pm A_{с.т.} = 0,$$

де $A_{с.т.}$ – робота сил тяжіння ланок.

$A_{с.т.}$ має подвійний знак, так як при підйомі загального центру мас ланок механізму робота $A_{с.т.}$ виходить негативною, а при його опусканні – позитивною.

Отримане рівняння справедливо і для елементарних робіт:

$$dA_p - dA_{к.о.} - dA_{ш.о.} \pm dA_{ин} \pm dA_{с.т.} = 0.$$

Розділивши всі величини рівняння на диференціал часу dt , отримаємо

$$\frac{dA_p}{dt} - \frac{dA_{к.о.}}{dt} - \frac{dA_{ш.о.}}{dt} \pm \frac{dA_{ин}}{dt} \pm \frac{dA_{с.т.}}{dt} = 0$$

$$P_p - P_{к.о.} - P_{ш.о.} \pm P_{ин} \pm P_{с.т.} = 0. \quad (21)$$

Це рівняння називається *рівнянням енергетичного балансу машини*, і показує, які види потужності є в працюючій машині:

P_p – потужність, що розвивається рушійними силами;

$P_{к.о.}$, $P_{ш.о.}$, $P_{с.т.}$ – потужності, що витрачаються на подолання сил корисного опору, шкідливого опору і сил ваги;

$P_{ин}$ – потужність, що витрачається на зміну кінетичної енергії механізму.

6.2 Механічний коефіцієнт корисної дії машин. Його визначення в різних випадках з'єднання механізмів

Розглянемо більш докладно режим усталеного руху.

Для кожного повного циклу цього руху приріст кінетичної енергії дорівнює нулю.

Отже, $\pm A_{\text{ін}} = 0$, $\pm A_{\text{с.т.}} = 0$, тоді

$$A_p = A_{\text{к.о.}} + A_{\text{ш.о.}}$$

$$P_p = P_{\text{к.о.}} + P_{\text{ш.о.}}$$

Досконалість механізму або машини, з точки зору споживаної енергії, характеризується механічним коефіцієнтом корисної дії η .

Коефіцієнт корисної дії дорівнює відношенню абсолютної величини роботи (або середньої потужності) сил корисного опору до роботи (або середньої потужності) всіх рушійних сил за час одного циклу усталеного руху механізму.

$$\eta = \frac{A_{\text{к.о.}}}{A_p}$$

Приймаючи до уваги, що $A_{\text{к.о.}} = A_p - A_{\text{ш.о.}}$, отримаємо:

$$\eta = \frac{A_p - A_{\text{ш.о.}}}{A_p} = 1 - \frac{A_{\text{ш.о.}}}{A_p} = 1 - \xi,$$

де $\frac{A_{\text{ш.о.}}}{A_p} = \xi$ – коефіцієнт втрат.

Чим менше в механізмі робота шкідливих (невиробничих) опорів, тим менше його коефіцієнт втрат і тим більш досконалий механізм в енергетичному відношенні.

Проаналізуємо вираз (22). Коли $A_{\text{к.о.}} = 0$ ($A_p = A_{\text{ш.о.}}$), то $\Rightarrow \eta = 0$, $\varepsilon = 1$.

У цьому випадку рух механізму є можливим, але без здійснення будь-якої корисної роботи. Такий рух механізму називається *холостий хід*.

Для випадку, коли $A_{\text{ш.о.}} > A_p$, то $\Rightarrow \varepsilon > 1 \Rightarrow \eta < 0$.

Це явище носить назву самогальмування (заклинювання) механізму.

Якщо механізм, що задовольняє вказаній умові, знаходиться в спокої, то дійсного руху механізму статися не може.

Якщо ж механізм знаходиться в русі, то під дією сил $F_{\text{ш.о.}}$ він поступово буде сповільнювати свій хід, поки не зупиниться (загальмується). Такий рух використовується в кріпильних деталях, підйомно-транспортних машинах і т.п.

Таким чином для працюючої машини:

$$0 \leq \eta < 1$$

$$0 < \varepsilon \leq 1.$$

Якщо $\eta = 1$, то це ідеальний двигун (вічний), якого в реальності бути не може.

6.2.1 Коефіцієнт корисної дії при послідовному з'єднанні механізмів в машинному агрегаті

Нехай маємо n послідовно пов'язаних між собою механізмів (рис. 46). Припустимо, що рушійна сила прикладена до першого механізму, а сила корисного опору – до останнього механізму.

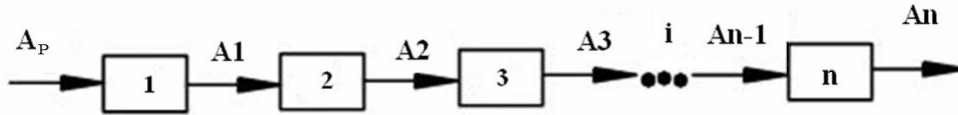


Рисунок 46 – Послідовне з'єднання механізмів

Оскільки корисна робота кожного попереднього механізму, що витрачається на виробничі опори, є роботою рушійних сил для кожного наступного, то

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_p}; \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}; \dots; \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}};$$

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n = \frac{A_1}{A_p} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{A_3}{A_2} \cdot \dots \cdot \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_p} = \eta_{\Sigma},$$

де η_{Σ} – загальний коефіцієнт корисної дії системи з'єднаних механізмів.

$$\eta_{\Sigma} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n = \prod \eta_i$$

Загальний механічний коефіцієнт корисної дії послідовно з'єднаних механізмів дорівнює добутку механічних коефіцієнтів корисної дії окремих механізмів, що становлять одну загальну систему.

Якщо, є $\eta_{\min}$ и $\eta_{\max}$, то тоді загальний (сумарний) коефіцієнт корисної дії буде

$$\eta_{\Sigma} < \eta_{\min}.$$

6.2.2 Коефіцієнт корисної дії при паралельному з'єднанні механізмів в машинному агрегаті

Вважаємо, що рушійна сила прикладена до загального приводу всіх механізмів, а сили корисного опору – до кожного окремого механізму (рис. 47).

$A_{к.о.}$ – повна робота сил корисного опору.

$$A_{pi} = \alpha_i \cdot A_p,$$

де α_i – коефіцієнт, що показує, яка частка всієї споживаної енергії витрачається на приведення в рух i -того механізму:

$$\sum \alpha_i = 1.$$

Загальна робота рушійної сили:

$$\sum A_{pi} = \sum \alpha_i \cdot A_p = A_p \cdot \sum \alpha_i = A_p$$

$$\eta_i = \frac{A_{к.о.i}}{A_{pi}}$$

$$A_{к.о.i} = A_{pi} \cdot \eta_i = \frac{A_p \alpha_i \eta_i}{\eta_i}.$$

Загальна робота, що йде на подолання корисних опорів всіх механізмів буде:

$$A_{к.о.} = \sum_i^n A_{к.о.i} = A_p \sum \alpha_i \cdot \eta_i.$$

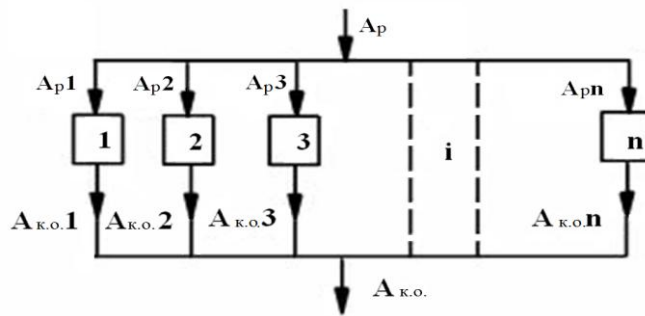


Рисунок 47 – Паралельне з'єднання механізмів

Загальний ККД всієї системи механізмів дорівнює:

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_{к.о.}}{A_p} = \frac{A_p \sum \alpha_i \eta_i}{A_p};$$

$$\eta_{\Sigma} = \sum \alpha_i \eta_i. \quad (23)$$

Якщо є η_{min} и η_{max} , то тоді загальний (сумарний) коефіцієнт корисної дії буде

$$\eta_{min} < \eta_{\Sigma} < \eta_{max}.$$

Розглянемо залежність між рушійним моментом і моментом опору. У механізмі передбачається, що всі ланки рухаються рівномірно або мають настільки малі маси, що зміною кінетичної енергії ланок можна знехтувати (рис. 48).

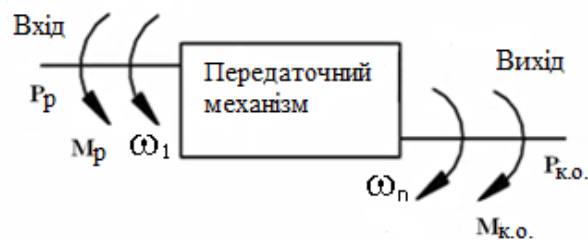


Рисунок 48 – Схема навантаження механізму

В такому механізмі роботи $A_{к.о.}$ і A_p можна підрахувати за однаковий час, а відношення цих робіт може бути замінено відношенням потужностей:

$$P_p = M_p \cdot \omega_1$$

$$P_{к.о.} = M_{к.о.} \cdot \omega_n$$

$$\eta = \frac{P_{к.о.}}{P_p} = \frac{M_{к.о.} \cdot \omega_n}{M_p \cdot \omega_1} = \frac{M_{к.о.}}{M_p \cdot U_{1-n}}$$

$$U_{1-n} = \frac{\omega_1}{\omega_n};$$

$$M_{к.о.} = M_p \cdot \eta \cdot U_{1-n};$$

$$M_p = \frac{M_{к.о.}}{\eta \cdot U_{1-n}}.$$

7 ЗВЕДЕННЯ СИЛ І МАС В МЕХАНІЗМАХ

7.1 Кінетична енергія механізму і його динамічна модель

$$T_{мех} = \sum_1^n T_i.$$

Ланка «i» здійснює поступальний рух: $T_i = \frac{m_i V_{Si}^2}{2}.$

Ланка «i» здійснює обертальний рух навколо осі А: $T_i = \frac{I_{iA} \cdot \omega_i^2}{2}.$

Ланка «i» здійснює плоско-паралельний рух: $T_i = \frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2}.$

Таким чином кінетична енергія механізму: $T_{мех} = \sum_1^n \left(\frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} \right).$

Якщо розглянутий механізм має одну ступінь рухомості ($W = 1$), то для вивчення його руху досить знати закон руху однієї з його ланок (закон зміни узагальненої координати) (рис. 49).

Зручно за початкову ланку вибрати кривошип і наділити його певними властивостями (хоча вхідною ланкою є ланка 3).

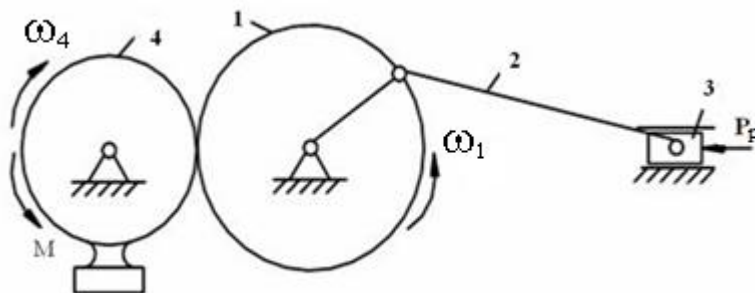


Рисунок 49 – Структурна схема механізму

При вирішенні завдань динаміки, механізм з $W = 1$ можна замінити однією, еквівалентною йому, з точки зору динаміки, матеріальною точкою (точкою зведення) або однією ланкою що обертається навколо нерухомої осі (ланкою зведення).

Отримана в результаті такої заміни модель, еквівалентна, з точки зору динаміки, всьому механізму називається його *динамічною моделлю* (рис. 50).

Якщо визначити закон руху динамічної моделі, то автоматично стане відомим закон руху початкової ланки заданого механізму, який потрібно знайти, тобто буде справедливим для будь-якого моменту часу рівняння

$$\omega_M = \omega_1, \quad (24)$$

де ω_1 – кутова швидкість початкової ланки;

ω_M – кутова швидкість моделі.

Така заміна дозволяє отримати рівняння руху механізму в більш простому і компактному вигляді і полегшує його складання.

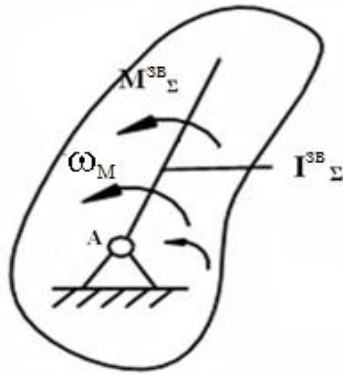


Рисунок 50 – Динамічна модель механізму

Для здійснення такої заміни введемо поняття зведеної сили F^{3B} , зведеного моменту M^{3B} , зведеної маси m^{3B} і зведеного моменту інерції I^{3B} .

7.2 Зведення мас

В основу зведення мас в механізмах покладена умова рівності кінетичної енергії вихідного механізму і його динамічної моделі.

Зведення мас розглянемо на прикладі механізму з одним ступенем рухомості ($W = 1$).

Замінімо заданий механізм його динамічною моделлю (рис. 51). Позначимо момент інерції моделі I^{3B} .

I^{3B} є еквівалентом інертності всього механізму і називається його зведеним моментом інерції. Величина I^{3B} визначається з умови рівності кінетичних енергій моделі ($T_{\text{мод}}$) і всього механізму:

$$T_{\text{мод}} = T_{\text{мех}}$$

$$T^{3B} = \sum T_i. \quad (25)$$

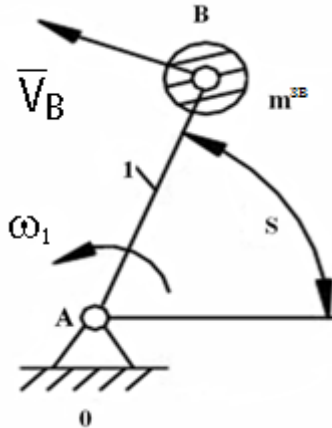


Рисунок 51 – Зведення до точки

В якості ланки зведення вибираємо кривошип АВ, а одну з точок цієї ланки, наприклад т. В, прийнемо за точку зведення (див. рис. 51).

Здійснюємо зведення до деякої т. В

$$\frac{m^{3B} V_B^2}{2} = \sum_1^n \left(\frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} \right);$$

$$m^{3B} = \sum_1^n \left[m_i \left(\frac{V_{Si}}{V_B} \right)^2 + I_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right], \quad (26)$$

де V_{Si} – швидкість центру мас S_i ланки «і»;

I_{Si} – момент інерції ланки «і» щодо осі, що проходить через центр мас S_i .

У правій частині нерівності кінетична енергія ланки «і» в загальному вигляді.

Зведена маса m^{3B} визначається в тому випадку, якщо ланка зведення рухається поступально. Якщо ланка зведення робить обертовий рух, то усі маси і моменти інерції ланок замінюють зведеним моментом інерції, який приписується ланці зведення.

Здійснюємо зведення до ланки (рис. 52):

$$\frac{I^{3B} \omega_1^2}{2} = \sum_1^n \left(\frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} \right)$$

$$I^{3B} = \sum_1^n \left[m_i \left(\frac{V_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + I_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right]. \quad (27)$$

Зведеним до даної ланки механізму моментом інерції механізму називається такий умовний момент інерції, володіючи яким ланка зведення має кінетичну енергію, рівну кінетичній енергії всього механізму (або сумі кінетичних енергій всіх ланок механізму).

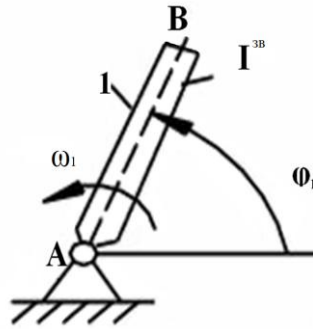


Рисунок 52 – Зведення до ланки

Відношення швидкостей не залежить від дійсних швидкостей механізму, але залежить від положення механізму і, отже, положення ланки зведення. Таким чином, зведена маса і зведений момент інерції є функціями тільки положення ланки зведення:

$$m^{36} = f(s);$$

$$I^{36} = f(\varphi_1).$$

Якщо записати, що $\omega_1 = \frac{V_B}{l_{AB}}$ і підставити у вираз (27), то отримаємо:

$$I^{36} = m^{36} \cdot l_{AB}^2.$$

7.3 Зведення сил

В основу зведення сил в механізмах покладено умову рівності елементарних робіт або миттєвих потужностей сил, прикладених до динамічної моделі і до вихідного механізму (рис. 53):

$$P_{mod} = P_{mex};$$

$$P^{36} = \sum P_i, \quad (28)$$

де P_i – потужність, що розвивається силами і моментами, прикладеними до ланки «і» та що підлягають зведенню.

Запишемо в загальному вигляді вираз для визначення потужності

$$P_i = F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i + M_i \cdot \omega_i,$$

де M_i – момент пари сил, який додається до ланки «і»;

V_i – швидкість точки прикладання сили F_i ;

α_i – кут між напрямком векторів сили F_i та швидкістю V_i .

При зведенні до точки:

$$F^{36}V_B = \sum_1^n (F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i + M_i \cdot \omega_i)$$

$$F^{36} = \sum_1^n \left(F_i \frac{V_i}{V_B} \cos \alpha_i + M_i \frac{\omega_i}{V_B} \right). \quad (29)$$

При зведенні до ланки:

$$M^{36} \cdot \omega_1 = \sum_1^n (F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i \pm M_i \cdot \omega_i)$$

$$M^{36} = \sum_1^n \left(F_i \frac{V_i}{\omega_1} \cos \alpha_i \pm M_i \frac{\omega_i}{\omega_1} \right). \quad (30)$$

Якщо замість ω_1 підставити у вираз (30) $\omega_1 = \frac{V_B}{l_{AB}}$, то отримаємо

$$M^{36} = F^{36} \cdot l_{AB}.$$

Найчастіше зведення здійснюють за групами сил:

$$F^{36} = F_p^{36} - F_o^{36}$$

$$M^{36} = M_p^{36} - M_o^{36}.$$



Рисунок 53 – Зведення сил

8 ЗРІВНОВАЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

При русі ланок механізму в кінематичних парах виникають додаткові динамічні навантаження від сил інерції ланок. Вони обумовлені наявністю прискорень (змінних за величиною й напрямком). Всякий механізм має нерухому ланку – стояк, через яку ці навантаження передаються на фундамент механізму.

Динамічні навантаження, що виникають при русі механізму, є джерелами додаткових сил тертя в кінематичних парах, вібрацій в ланках і фундаменті, додаткових напружень в окремих ланках механізму, причиною шуму тощо.

Тому при проектуванні механізму ставиться завдання про раціональний підбір мас ланок механізму, що забезпечує повне або часткове погашення зазначених динамічних навантажень.

Це завдання має назву завдання про зрівноваження мас механізму або (так як ми, переважно, користуємося прийомами кінетостатики) завдання зрівноваження сил інерції ланок механізму.

Під зрівноваженням машин розуміється завдання динамічного синтезу, пов'язане з розподілом мас ланок за умовами зменшення тиску на стояк механізму.

Будь-яка система сил, прикладених до твердого тіла, зводиться до однієї сили, яка додається в довільно обраній точці, і до однієї пари сил, причому вектор цієї результуючої сили дорівнює головному вектору цієї системи сил, а момент пари – головному моменту.

Зрівноваженням називається механізм, для якого головний вектор і головний момент сил тиску стояка на фундамент залишаються постійними за величиною і напрямком при заданому русі вхідних ланок.

Мета зрівноваження механізму – усунення змінних впливів на фундамент, що викликають коливання як самого фундаменту, так і будівлі, в якому працює цей механізм або машина.

Щоб виявити вплив мас ланок, що рухаються з прискореннями, зручно застосувати принцип Даламбера, який дозволяє вважати всі ланки механізму нерухомими, але вимагає, щоб до всіх ланок було докладено сили інерції.

На основі принципу Даламбера можна записати:

$$\bar{F} + \bar{F}_{in} + \bar{F}_\phi = 0 \quad (31)$$

$$\bar{M} + \bar{M}_{in} + \bar{M}_\phi = 0, \quad (32)$$

де F, M – головний вектор і головний момент всіх зовнішніх сил діючих на механізм;

F_{in}, M_{in} – головний вектор і головний момент сил інерції ланок механізму;

F_ϕ, M_ϕ – головний вектор і головний момент сил тиску фундаменту на стояк механізму.

Внутрішні сили (і моменти), прикладені до ланок механізму, завжди існують попарно, і тому їх сумарна дія на фундамент дорівнює нулю.

Оскільки головний вектор і головний момент сил тиску фундаменту на стояк механізму незначні, то ними можна знехтувати.

Тоді умова зрівноваження механізму буде виглядати наступним чином:

$$\bar{F} + \bar{F}_{in} = const \quad (33)$$

$$\bar{M} + \bar{M}_{in} = const \quad (34)$$

Задовольнити цим умовам вдається вкрай рідко, і тому для забезпечення наближеної постійності приймають такі умови:

$$\overline{F}_{in} = const \quad (35)$$

$$\overline{M}_{in} = const \quad (36)$$

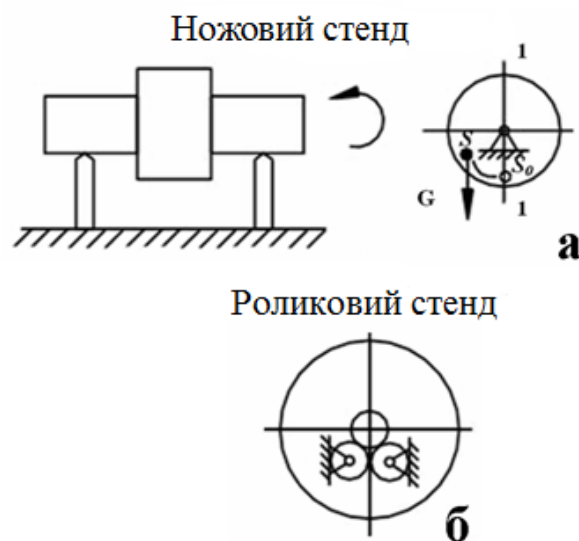
Умовам (35) і (36) можна задовольнити спеціальним підбором мас ланок і установкою противаг.

Розподіл мас ланок, що усуває тиск стояка на фундамент від сил інерції ланок, називається *зрівноваженням мас механізму*.

9 БАЛАНСУВАННЯ

Деталь має деяку незрівноваженість внаслідок неоднорідності матеріалу, з якого вона виготовлена, неточності обробки тощо. Існує статична і динамічна незрівноваженість. Статична незрівноваженість зводиться до того, що центр мас зміщений відносно осі обертання. Статичне балансування здійснюється на ножових або роликових стендах до досягнення тілом байдужої рівноваги.

Точність статичної незрівноваженості залежить виключно від тертя в опорах. Тому статична незрівноваженість завжди перевіряється на опорах кочення. Тіло встановлюють (рис. 54) на ножах, щоб зменшити тертя, або на роликах – для зменшення моменту опору. Зрівноважують висвердлюванням або встановлюють противагу.



а – ножовий стенд; б – роликовий стенд

Рисунок 54 – Балансувальні стенди

Динамічне балансування здійснюють на спеціальних станках або балансувальних машинах, які за амплітудою і фазою коливань, що передаються на опори балансованих деталей, які швидко обертаються, дозволяють визначити величину і площину дії незрівноваженої пари сил (місце установки противаг).

Необхідні вимірювання на верстатах здійснюють механічними, оптичними та електричними методами. Більшість балансувальних машин діють за принципом, який заснований на установці деталі на пружну підставу (на пружинах, підшипники на пружній основі, тощо) і надання цієї деталі швидкості, близької до резонансної. Тоді незрівноважені сили створюють значні амплітуди коливань.

Найбільшого поширення набули балансувальні верстати системи Б. В. Шитикова (є з рамою, яка хитається, і рухомими опорами). Вимірювання проводять з точністю 0,01 мм.

10 ВІБРОАКТИВНІСТЬ І ВІБРОЗАХИСТ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

Властивість механізмів збуджувати динамічні дії коливального характеру, називається *віброактивністю* механізмів.

Розрізняють зовнішню і внутрішню віброактивність. Сили інерції не завжди є шкідливими. Є багато машин, в яких для виконання того чи іншого технологічного процесу навмисно збуджуються коливання (вібротранспортери, вібросита, відбійні молотки і т.п.).

Але у більшості випадках дія вібрацій на механізм є шкідливою.

Шкідлива вібрація порушує заплановані конструктором закони руху машин, механізмів і систем управління, породжує коливання ланок і опор, нестійкість робочих процесів, може викликати відмови і поломку механізму, або повний вихід зі строю всієї системи. Через вібрації збільшуються динамічні навантаження в елементах конструкцій (кінематичних парах механізмів, стиках та ін.), в результаті – знижується несуча здатність деталей, розвиваються тріщини, виникають втомні руйнування.

Дія вібрацій може змінити внутрішню і поверхневу структуру матеріалів, умови тертя і зносу на контактних поверхнях деталей машин і привести до нагрівання конструкцій.

Все зазначене – результат появи внутрішньої віброактивності.

Крім того, динамічні навантаження, що виникають в механізмах, впливаючи на стояк, збуджують коливання корпусу машини, а через нього – коливання фундаменту і навіть перекриття споруди (будівлі в якому розташована і працює машина). Це явище призводить до порушення технологічного процесу і шкідливо для людини. Вібрації супроводжуються шумом. Це сильно відбивається на самопочутті людей. Виникаючі шуми і коливання споруди знижують функціональні можливості і працездатність операторів, призводить до порушення роботи органів внутрішньої секреції людини, зміни реакції вестибулярного апарату і може привести до нервових захворювань (віброхвороба).

З'явилися норми, що обмежують вібрацію (умовою появи вібрацій є дисбаланс механізму).

Найважливішим завданням при проектуванні механізмів є зменшення або виключення віброактивності.

В даний час особливого значення набувають методи і засоби оцінки віброактивності. Сукупність таких методів і засобів називається віброзахистом.

Розроблено і діють спеціальні норми щодо обмеження вібрацій машин.

Таких норм існує IV категорії:

I – норми, які регламентують віброактивність і якість виготовлення машин;

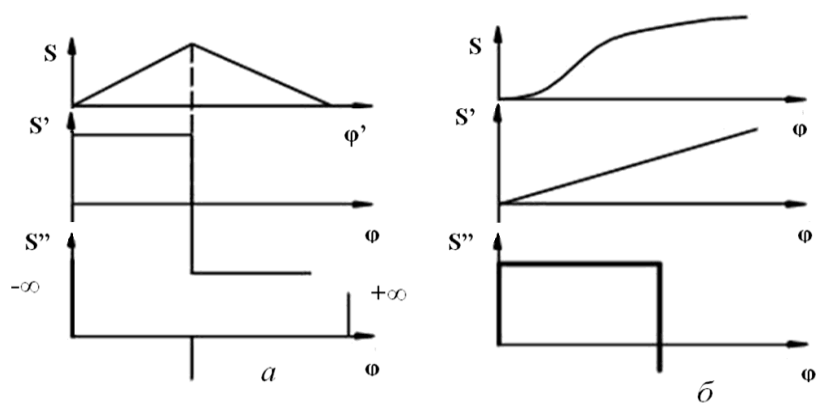
II – експлуатаційні норми;

III – санітарно-гігієнічні норми;

IV – норми рівня шуму.

Причини віброактивності механізмів і машин наступні.

1 Наявність розривів в передавальних функціях працюючих механізмів, пов'язаних з законами руху (рис. 55).



а – закон нормального розподілу; б – параболічний закон

Рисунок 55 – Закони руху

Причина віброактивності – миттєва зміна швидкості за незначний проміжок часу і наявність удару.

2 Наступна причина криється в обертальній кінематичній парі (рис. 56).

Це зазори в кінематичних парах і перекидання шипа.

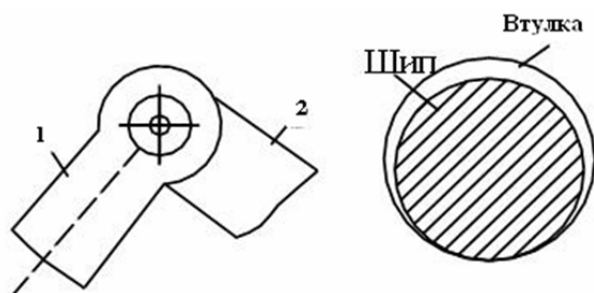


Рисунок 56 – Обертальна кінематична пара

3 Змінні зовнішні сили, що пов'язані з виконанням даного технологічного процесу.

4 Інерційні навантаження, що пов'язані з заданою нерівномірністю або незрівноваженістю механізму.

10.1 Віброзахист машин, віброзахисні системи

Характеристики коливальних систем (амплітуда, частота, сила) можуть бути зменшені або обмежені до допустимих меж шляхом оптимального вибору параметрів відповідної динамічної моделі працюючого механізму.

Наприклад, у кулачкових механізмах, шляхом спеціального профілювання, виключають удари (тобто віброактивність). Крім того, знизити рівень коливань вдається застосуванням спеціальних демпферів, тобто пристроїв для збільшення сили опору, що залежить від швидкості переміщення робочого органу.

Якщо, застосовуючи попередні пункти, зменшити або усунути коливання не вдається, застосовують спеціальні додаткові пристрої для захисту від вібрації (віброзахисні пристрої).

Існують два способи захисту – *віброізоляція* і *віброгасіння*.

Перший спосіб заснований на розділенні вихідної системи на дві частини і в поєднанні цих частин за допомогою віброізоляторів або амортизаторів. Одна з цих частин називається амортизуючий об'єкт (машина), а друга – основа (фундамент).

Віброізолятор, або амортизатор – елемент віброзахисної системи, найбільш істотна частина якого – пружний елемент. В результаті внутрішнього тертя в пружному елементі відбувається демпфірування коливань.

Другий спосіб заснований на приєднанні до машини додаткових коливальних систем, так званих, динамічних віброгасників, які створюють динамічні дії, що зменшують інтенсивність вібрації машини.

Розглянемо динамічну модель за першим способом (рис. 57).

Машина « m » знаходиться під дією сили $F(t)$.

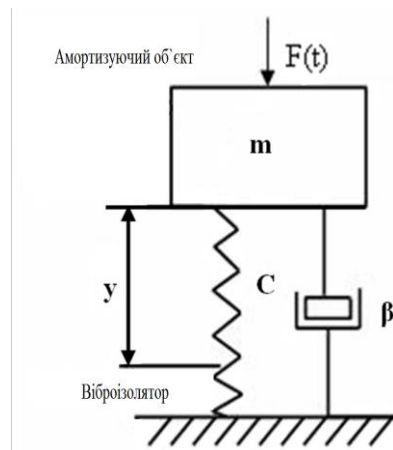


Рисунок 57 – Віброізоляція механізму

C – приведений коефіцієнт жорсткості амортизатора;

β – приведений коефіцієнт демпфірування амортизатора;

y – функція переміщення, яка відраховується від положення статичної рівноваги.

Рівняння динамічної рівноваги має такий вигляд:

$$my'' = F(t) + Q(y, y'), \quad (37)$$

де $Q(y, y')$ – узагальнена або наведена реакція амортизатора, що залежить від положення і швидкості.

Призначення амортизатора в даному випадку – зменшення складової Q , переданої на основу при заданій рівновазі сили F .

Це випадок віброзахисту основи (фундаменту).

Розглянемо випадок захисту об'єкта, що амортизується (рис. 58).

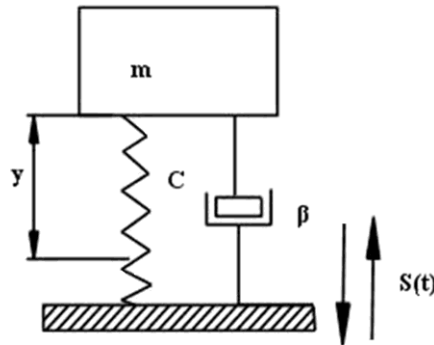


Рисунок 58 – Захист об'єкта, що амортизується

Джерелом коливання є коливання самої основи.

Рівняння динамічної рівноваги прийме такий вигляд:

$$m(y'' + s'') = Q(y, y'). \quad (38)$$

У цьому випадку завдання амортизатора полягає в зменшенні динамічної складової Q , переданої на об'єкт, що амортизується.

Розглянемо віброгасіння, при якому використовується динамічний віброгасник (рис. 59).

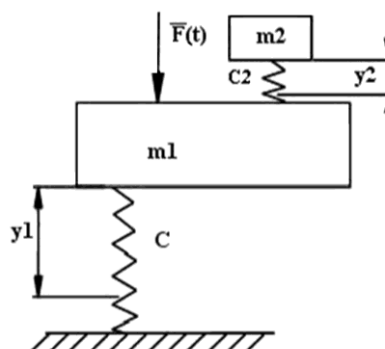


Рисунок 59 – Динамічний віброгасник

Він встановлений на пружній основі і знаходиться під дією змінної сили F . Додають осцилятор (додаткову коливальну систему). Маємо двомасову динамічну систему. Нехай сила F є гармонійною силою, тоді

$$F = F_o \cdot \sin(pt),$$

де p – частота;

t – час.

Рівняння динамічної рівноваги прийме такий вигляд:

$$\begin{aligned} m_1 y_1'' &= F \sin pt - c_1 y_1 + c_2 (y_2 - y_1) \\ m_2 y_2'' &= -c_2 (y_2 - y_1) \end{aligned}$$

Рішення цих рівнянь будемо шукати у вигляді

$$\begin{aligned} y_1 &= A_1 \sin(pt); \\ y_2 &= A_2 \sin(pt). \end{aligned}$$

Велике занепокоєння викликає закон руху механізму. Найнебезпечніший випадок, коли може настати резонанс, тобто коли амплітуда може отримати нескінченно велике значення. Бажаний варіант $A_1 = 0$. Отримання випадку, щоб $A_1 = 0$ можливо при використанні явища антирезонанса, тобто для гасіння коливання необхідно підібрати спеціально такі параметри осцилятора, щоб цей осцилятор коливався б у протифазі: $P^* = \sqrt{\frac{C_2}{m_2}} = P$. Тоді буде мати місце антирезонанс.

Аналогічно вирішується завдання, коли необхідно зменшити крутильні моменти коливань.

Для гасіння крутильних коливань в зображеній схемі (рис. 60) на вал, що характеризується жорсткістю C додатково встановлюють обертову масу, яка характеризується C_0 і I_0^{36} , які і дозволяють зменшити коливання, щоб

$$\sqrt{\frac{C_0}{I_0^{36}}} = p$$

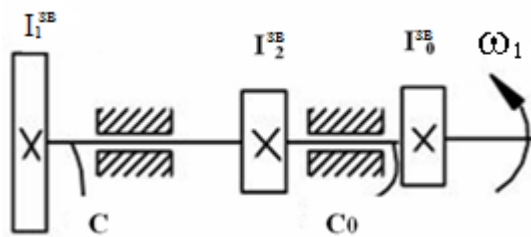


Рисунок 60 – Схема навантаження вала

11 ПРИЗНАЧЕННЯ ТА ОСНОВНІ ТИПИ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ

Найпростіший зубчастий механізм (рис. 61) являє собою триланковий механізм із вищою кінематичною парою (два зубчастих колеса і стояк).

Зубчасті механізми призначені для передачі обертання (або крутного моменту) від одного вала до іншого і для зміни швидкості їх обертання.

Зубчасті механізми з одним ступенем рухомості називаються зубчастими передачами.

Зубчастий механізм, що складається з двох зубчастих коліс і стояка називається одноступінчастим механізмом (передачею).

Стикатися колеса повинні початковими колами. Мають місце плоскі і просторові зубчасті механізми, в залежності від розташування осей.

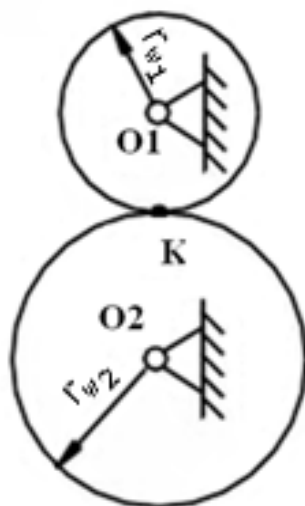


Рисунок 61 – Найпростіший зубчастий механізм

У плоских механізмів передача обертання здійснюється між паралельними осями, у просторових – пересічними і перехресними осями (конічні і гіперболоїдні зубчасті передачі).

Плоскі механізми підрозділяються на механізми зовнішнього (рис. 62) і внутрішнього зачеплення.

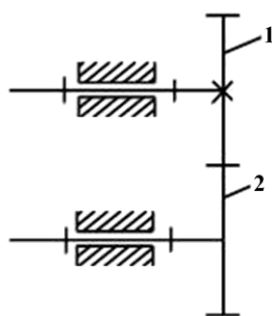


Рисунок 62 – Зовнішнє зубчасте зачеплення

Передаточне відношення може бути негативним ($U_{ij} < 0$) і позитивним ($U_{ij} > 0$). Для механізмів з круглими колесами $U_{1,2} = \text{const}$, з некруглими колесами $U_{1,2} \neq \text{const}$.

Якщо ведуче колесо має більшу кутову швидкість, ніж ведене колесо, і, значить, зубчастий механізм призначений для зменшення швидкості обертання, то такий механізм називається *редуктором*.

Якщо навпаки – називається *мультиплікатором*.

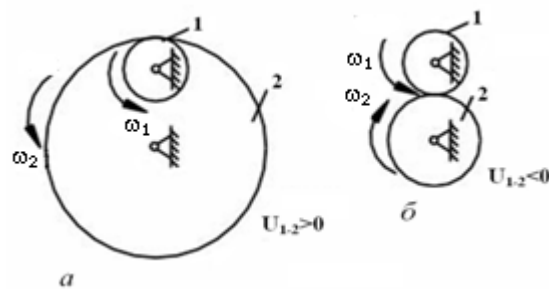
Для редукторів $U_{1-2} > 1$ – знижуюча передача.

Для мультиплікаторів $U_{1-2} < 1$ – підвищуюча передача.

Основним кінематичним параметром зубчастих коліс є передаточне відношення:

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1};$$

Передаточне відношення може бути негативним, тобто менше нуля ($U_{1-2} < 0$), якщо колеса обертаються в різні боки. В цьому випадку зачеплення коліс називається зовнішнім зачепленням (рис. 63, *a*). Якщо обидва колеса обертаються в один бік, то передаточне відношення виходить позитивним, тобто ($U_{1-2} > 0$). Такий випадок виходить при внутрішньому зачепленні коліс (рис. 63, *б*).



a – зовнішнє зубчасте зачеплення; *б* – внутрішнє зубчасте зачеплення

Рисунок 63 – Види зачеплення

За розташуванням лінії зуба на розгортці утворюючого циліндра розрізняють прямозубі, косозубі, шевронні і з криволінійними зубами колеса (рис. 64).

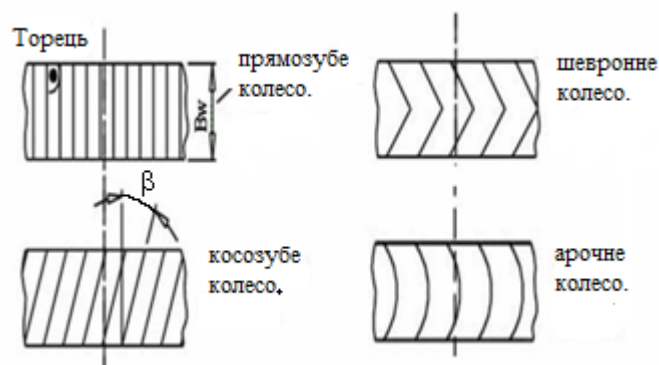


Рисунок 64 – Види зубчастих коліс

Розрізняють, за формою профілю зуба, існуючі зубчасті передачі на евольвентні, циклоїдальні, трапецеїдальні, кругові і т.д. (рис. 65).



Рисунок 65 – Профілі зуба зубчастих передач

Одне з зубчастих коліс можна виконати у вигляді зубчастої рейки (рис. 66).

Зубчаста рейка – фрагмент зубчастого колеса нескінченно великого радіуса:
1 – зубчасте колесо; 2 – зубчаста рейка. Для рейкової передачі $U_{1-2}=\infty$; $U_{2-1}=0$.

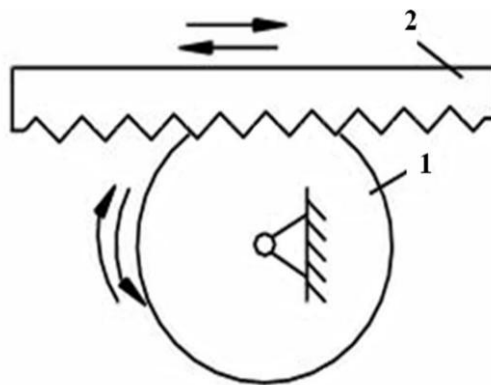


Рисунок 66 – Рейкове зачеплення

12 ОСНОВИ СТАНДАРТИЗАЦІЇ ЗУБЧАТИХ КОЛЕС І РІЗАЛЬНОГО ІНСТРУМЕНТУ

Взаємозамінність – здатність деталей, з'єднуватися одна з однією без спеціальної пригонки. *Стандартизація* – суворе регламентація форм, розмірів, якості і точності виготовлення різних деталей і виробів.

В якості основних параметрів, що регламентують основні розміри зубчастих коліс, найбільш раціонально брати параметри зубчастої рейки.

Рейковий контур, покладений в основу стандарту, тобто прийнятий в якості базового для визначення теоретичних форм і розмірів зубів даного сімейства зубчастих коліс, що визначаються модулем, називається вихідним рейковим контуром (рис. 67). Рейка зберігає постійний кут зачеплення в парі з зубчастим колесом будь-якого радіусу і при будь-якому положенні щодо цього колеса.

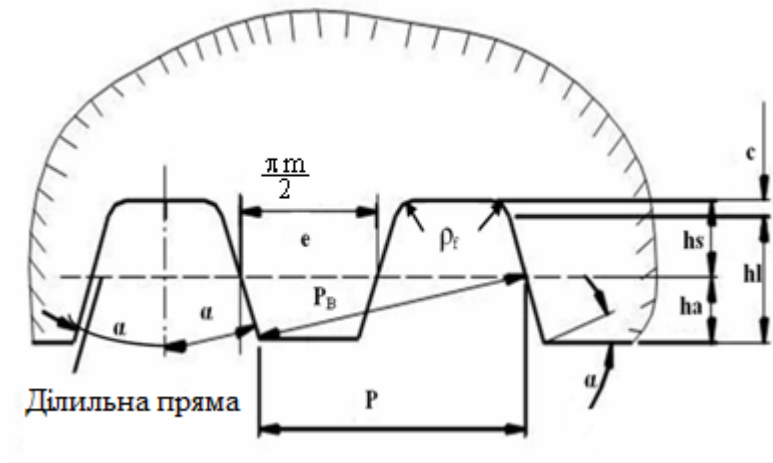


Рисунок 67 – Вихідний контур

$P = \pi \cdot m$ – крок контуру, де m – модуль (мм).

Пряма, для якої товщина зуба S дорівнює, ширині западини e , називається ділильною або середньою прямою рейки: $S = e = P/2 = (\pi \cdot m)/2$.

$P_n = P_b = P \cdot \cos \alpha = \pi m \cos \alpha$ – крок по нормалі.

α – кут профілю зуба вихідного контуру.

Висота зуба: $h_l = h_l^* m$, де $h_l^* = 2.0$ – коефіцієнт граничної висоти зуба; $h_l = 2h_a$; $h_a = h_a^* m$; $h_a^* = 1.0$ – коефіцієнт висоти головки зуба; h_a – висота головки зуба.

Величина радіального зазору: $c = c^* m$, где $c^* = 0,25$ – коефіцієнт радіального зазору.

Висота ніжки зуба вихідного контуру: $h_s = (h_a^* + c^*) \cdot m$.

Радіус перехідної кривої: $\rho_f = \rho_f^* \cdot m$, де ρ_f^* – коефіцієнт радіуса перехідної кривої, $\rho_f = 0,384$.

13. СПОСОБИ ВИГОТОВЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛЕС

Зубчасті колеса з евольвентним профілем зубів зазвичай нарізають на спеціальних зубонарізних верстатах двома методами:

- метод копіювання;
- метод обкатки (огинання).

Суть методу копіювання полягає в тому, що профіль інструменту відповідає якому-небудь елементу виробленого зубчастого колеса (наприклад, западині). Фрезерування здійснюється пальцевою або дисковою фрезою. Для масового виробництва не застосовується. Необхідний великий набір інструменту (наприклад, для коліс одного модуля, але різної кількості зубів, застосовують різний інструмент).

Суть методу обкатки полягає в тому, що в основу його покладено начебто рейкове зачеплення, в якому евольвентний профіль зуба колеса є *огинаю-*

чою сімейства прямолінійних профілів зуба евольвентної рейки. Цим способом можна виготовити найрізноманітніші зубчасті колеса, і до того ж, теоретично точно. Його переваги:

- для виробництва зубчастих коліс одного і того ж модуля з будь-яким числом зубів використовується один і той же інструмент за допомогою спеціальної установки;
- більш продуктивний.

Крім рухів, які відтворюють процес зачеплення, інструменту повідомляється ще технологічний рух різання. При цьому ріжучі кромки інструменту описують зубчасту поверхню, яка називається виробничою.

Якщо виробничу поверхню розсікти площиною, перпендикулярною осі нарізаного колеса, то в перерізі отримаємо вихідний виробничий контур.

14 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ

Зводиться до визначення кутових швидкостей і прискорень зубчастих коліс і передаточних відношень, які пов'язують швидкості і прискорення.

14.1 Рядові (ступінчаті) механізми (передачі)

Це такі зубчасті механізми (рис. 68), в яких геометричні осі усіх зубчастих коліс нерухомі в просторі (тобто обертаються в нерухомих підшипниках).

Дано: z_i ; ω_1 .

Визначити: ω_6 .

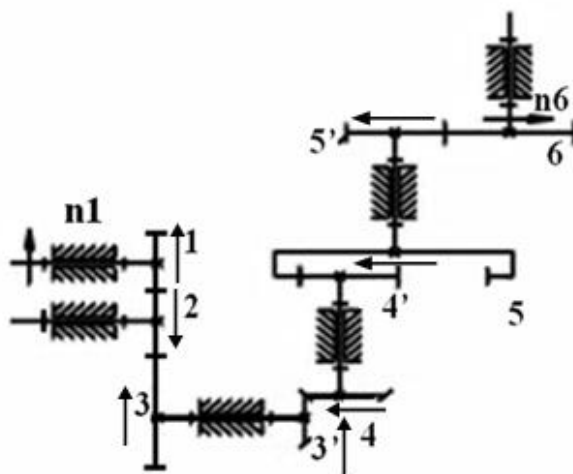


Рисунок 68 – Рядовий зубчастий механізм

Рішення.

Це рядовий механізм, який має 5 ступенів. Його передаточне відношення:

$$U_{1-6} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = \frac{n_1}{n_6}.$$

Так як є пересічні осі (конічна передача), то знаки передаточних відношень не мають сенсу, а напрямок обертання коліс визначаємо за правилом стрілок.

Розпишемо передаточні відношення ступенів (без знаків):

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}; \quad U_{2-3} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{Z_3}{Z_2}; \quad U'_{3-4} = \frac{\omega'_3}{\omega_4} = \frac{Z_4}{Z_3};$$

$$U'_{4-5} = \frac{\omega'_4}{\omega_5} = \frac{Z_5}{Z_4}; \quad U'_{5-6} = \frac{\omega'_5}{\omega_6} = \frac{Z_6}{Z_5}.$$

Загальне передаточне відношення багатоступінчатого зубчастого механізму дорівнює добутку передаточних відношень ступенів, послідовно включених до його складу:

$$U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot U'_{3-4} \cdot U'_{4-5} \cdot U'_{5-6} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega'_3}{\omega_4} \cdot \frac{\omega'_4}{\omega_5} \cdot \frac{\omega'_5}{\omega_6}.$$

Так як $\omega_3 = \omega'_3$; $\omega_4 = \omega'_4$; $\omega_5 = \omega'_5$, то $\frac{\omega_1}{\omega_6} = U_{1-6}$.

Таким чином $U_{1-n} = U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot \dots \cdot U_{(n-1)-n}$. (39)

Запишемо загальне передаточне відношення даного зубчастого механізму через відношення зубів коліс:

$$U_{1-6} = U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot U'_{3-4} \cdot U'_{4-5} \cdot U'_{5-6} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_3}{Z_2} \cdot \frac{Z_4}{Z_3} \cdot \frac{Z_5}{Z_4} \cdot \frac{Z_6}{Z_5}.$$

Зубчасте колесо 2 – паразитне (проміжне), змінює тільки напрям обертання.

14.2 Планетарні (епіциклічні) зубчасті передачі

Це такі зубчасті передачі, які включають зубчасті колеса з рухомими в просторі геометричними осями. Колеса з рухомими осями називають *сателітами*. Вони входять в зачеплення з сонячними (центральною) колесами. Ланка, яка несе рухомі осі сателітів називається *водилом H*. Нерухоме центральне колесо називається опорним.

Планетарні механізми, що мають рухомість, рівну одиниці ($W = 1$), називаються планетарними передачами, якщо $W \geq 2$ – то механізми називаються диференціальними.

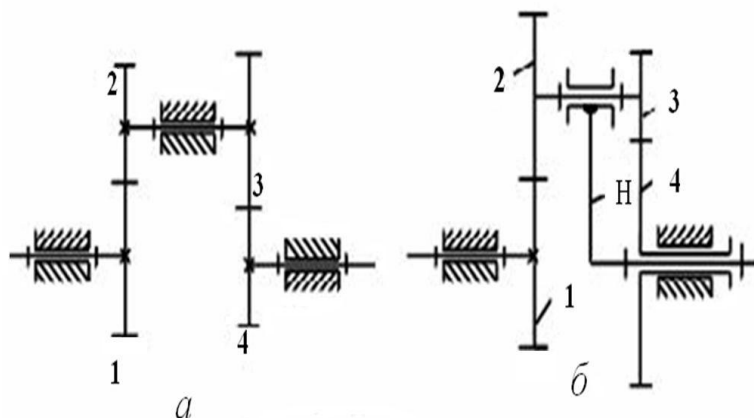
Зазвичай у планетарного механізму є кілька симетрично розташованих сателітів. Їх вводять з метою зменшення габаритів механізму, зниження зусилля в зачепленні, розвантаження підшипників центральних коліс, поліпшення зрівноваження водила, хоча механізм в цьому випадку має надлишкові

зв'язки, тобто статично не визначений. При кінематичних розрахунках враховується один сателіт.

Оскільки планетарні механізми містять колеса, які здійснюють складний обертальний рух, то для визначення їх передаточного відношення не можна використовувати формули рядових зубчастих механізмів. Виведемо передаточне відношення такого механізму.

На рисунку 69, а зображений рядовий механізм (плоский). Його ступінь рухомості:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$$



а – рядовий зубчастий механізм; б – диференціальний зубчастий механізм

Рисунок 69 – Зубчасті механізми

Запишемо його передаточне відношення.

$$U_{1-4} = U_{1-2} \cdot U_{3-4} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(-\frac{Z_4}{Z_3}\right). \quad (40)$$

Визначимо рухомість механізму, зображеного на рис. 69,б.

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

Це диференціальний механізм. Формулою (40) користуватися не можна. Для визначення передаточного відношення скористаємося теоремою про складання кутових швидкостей і методом інверсії (оберненого руху).

Його суть полягає в тому, що всьому механізму повідомляють додаткове обертання з кутовою швидкістю, рівній кутовій швидкості ланки (води́ла) і спрямованого в протилежну сторону ($-\omega_H$).

До методу було: ω_1 ; ω_2 ; $\omega_3 = \omega_2$; ω_4 ; ω_H – швидкості в абсолютному русі.

Повідомимо механізму кутову швидкість ($-\omega_H$) і, скориставшись теоремою про складання, маємо:

$$\omega^{(H)}_1 = \omega_1 - \omega_H; \quad \omega^{(H)}_2 = \omega_2 - \omega_H; \quad \omega^{(H)}_3 = \omega_3 - \omega_H;$$

$$\omega^{(H)}_4 = \omega_4 - \omega_H; \quad \omega^{(H)}_H = \omega_H - \omega_H = 0,$$

тобто водило зупинили, і механізм став рядовим і, отже,

$$\omega_{1-4}^{(H)} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(-\frac{Z_4}{Z_3}\right).$$

З іншого боку,

$$U_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_4^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} \text{ — формула Вілліса.} \quad (41)$$

У загальному вигляді вона буде:

$$U_{ij}^{(H)} = \frac{\omega_i - \omega_H}{\omega_j - \omega_H} \quad (42)$$

Визначимо рухомість механізму (рис. 70):

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1 \text{ — це планетарна передача.}$$

Використовуємо формулу (42):

$$U_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H}.$$

Так як $\omega_4 = 0$, то

$$U_{1-4}^{(H)} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - U_{1-H} \Rightarrow U_{1-H} = 1 - U_{1-4}^{(H)} \quad (43)$$

Для випадку, якщо обертання передається від водила «Н» до колеса «1», передаточне відношення прийме наступний вигляд:

$$U_{H-1} = \frac{1}{U_{1-H}}.$$

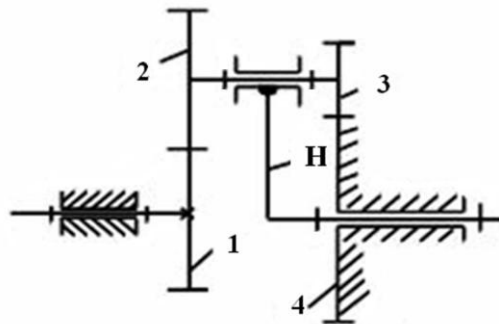


Рисунок 70 – Планетарний механізм типу АА-II

15 СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Планетарні механізми застосовуються або для відтворення заданої траєкторії (направляючі механізми), або частіше – для зміни швидкостей обертання (відтворення заданого передаточного відношення).

Синтез – проектування механізму за заданими вхідними параметрами.

Основна умова синтезу – задане передаточне відношення (або число сателітних блоків).

Розглянемо синтез планетарного механізму на прикладі механізму типу AI-1 (рис. 71).

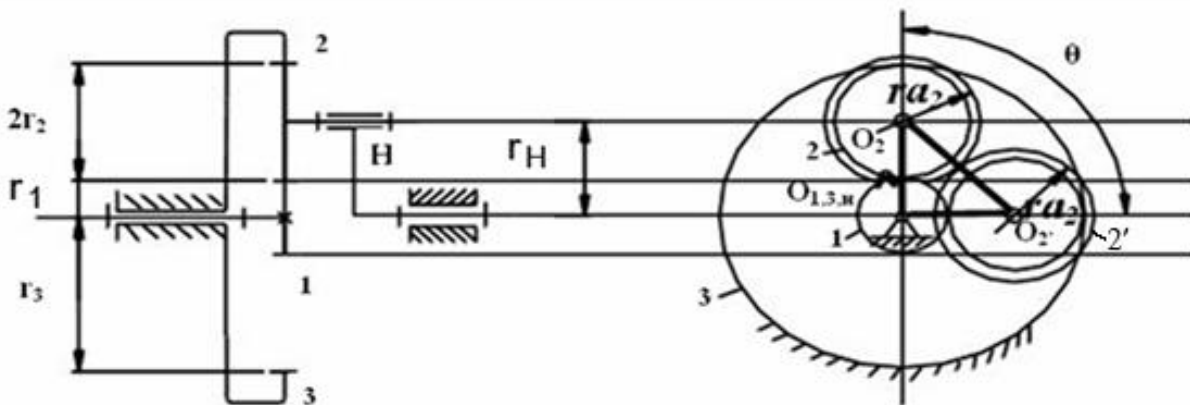


Рисунок 71 – Планетарний механізм типу AI-I

Вважаємо колеса нульовими.

1 Основна умова синтезу – задане передаточне відношення:

$$U_{1-H} = 1 - U_{1-3}^{(H)} = 1 - U_{1-2}^{(H)} U_{2-3}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \left(\frac{Z_3}{Z_2}\right) = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}.$$

2 Умова співвісності:

$$r_H = r_1 + r_2 = r_3 - r_2;$$

$$r_2 = \frac{r_3 - r_1}{2};$$

$$r_i = \frac{mZ_i}{2}; \rightarrow \frac{m}{2}(Z_1 + Z_2) = \frac{m}{2}(Z_3 - Z_2)$$

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 - Z_2 \rightarrow Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2}.$$

3 Умова сусідства.

Зазвичай в редукторах для зменшення навантажень на зуби коліс, і виходячи з умов вимог до динамічної зрівноваженості механізму, встановлюють не один, а кілька сателітів, розташованих під рівними кутами.

На рис. 71 показані сателіти 2 і 2' в граничному сусідстві, коли кола їх вершин радіусу r_{a2} стикаються. З $\triangle O_{1,3,H}O_2O'_2$ випливає, що для того, щоб кола вершин не перетиналися, треба задовольнити нерівність: $l_{O_2O'_2} > 2r_{a2}$ ($r_{a2}=r_{a'2}$).

Взаємний кут установки сателітних блоків: $\theta = \frac{360^\circ}{K}$. (44)

$$l_{O_2O'_2} = 2r_H \sin \frac{\theta}{2} = 2 \frac{m}{2} (Z_1 + Z_2) \cdot \sin \frac{180^\circ}{K},$$

де K – число сателітних блоків.

Сателітні блоки треба розташовувати симетрично:

$$\begin{aligned} 2r_{a2} &= 2(r_2 + h_a^* m) = 2\left(\frac{mZ_2}{2} + 1m\right) = 2 \frac{m}{2} (Z_2 + 2); \\ (Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{K} &> (Z_2 + 2) \\ \sin \frac{\pi}{K} &> \frac{Z_2 + 2}{Z_1 + Z_2}, \end{aligned} \quad (45)$$

Цією формулою користуються якщо K відомо. Якщо ж K треба визначити, то:

$$K < \frac{\pi}{\arcsin \frac{Z_2 + 2}{Z_1 + Z_2}}.$$

В отриманому виразі (45) в чисельнику в правій частині має стояти число зубів більшого з коліс сателітного блоку (при схемах А + А, А + І, І + І, де літерою А позначають зовнішнє зачеплення коліс; І – внутрішнє зачеплення).

4 Умова складання.

Залежить від обраної технології монтажу передачі.

Встановлюємо перший сателітний блок. Він визначає взаємне розташування центральних коліс. Після установки першого сателітного блоку повернемо водило на кут

$$\varphi_H = \theta = \frac{360^\circ}{K}. \quad (46)$$

При повороті водила почне повертатися незакріплене жорстко центральне колесо. Другий сателітний блок поставимо, якщо центральне колесо повернеться на кут φ_1

$$\varphi_1 = c \cdot \tau_1,$$

де c – ціле число;

τ_1 – кутовий крок.

$$\tau_1 = \frac{360^\circ}{Z_1};$$

$$U_{1-H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\varphi_1}{\varphi_H}; \rightarrow \varphi_1 = \varphi_H \cdot U_{1-H} = \frac{360^\circ}{K} \cdot U_{1-H}.$$

Прирівняємо праві частини:

$$\frac{360^\circ}{Z_1} \cdot C = \frac{360^\circ}{K} \cdot U_{1-H}; \rightarrow \frac{U_{1-H} Z_1}{K} = C, \quad (47)$$

де C – теоретичне число сателітів.

$$\frac{U_{1-H}}{K} (1 + C_1 K) = C_2, \quad (48)$$

де C_1 – монтажне число обертів водила (ціле число).

Спрощений вираз при схемах AI – 1; AI – 2:

$$\frac{Z_1 + Z_2}{K} = C.$$

5 Умова незаклинювання або відсутності інтерференції.

Для розглянутого механізму:

$$Z_1 \geq 17; Z_2 \geq 20; Z_3 \geq 85; Z_3 - Z_2 \geq 8.$$

16 ХВИЛЬОВІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ

Близькою за здійснюваними передаточними відношеннями до планетарних передач, але абсолютно оригінальною по конструкції, є хвильова зубчаста передача (рис. 72).

Головною відмінною рисою хвильової передачі є наявність гнучкого зубчастого колеса і біжучої хвилі деформації, отриманої від генератора хвиль, який складається з водила і роликів. На рис 72 позначено:

1 – генератор хвиль з роликами 4;

2 – гнучке зубчасте колесо з зовнішніми зубами;

3 – жорстке зубчасте колесо з внутрішніми зубами (нерухоме).

Гнучке зубчасте колесо являє собою тонкостінну оболонку.

Для створення руху необхідно, щоб $\Delta Z \neq 0; \Delta Z = Z_3 - Z_2 = C \cdot K$.

Якщо $Z_2 = Z_3$, руху не буде.

$$U_{H-3} = \frac{Z_3}{Z_3 - Z_2}$$

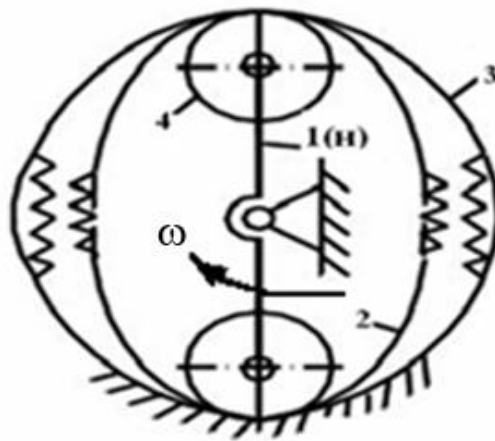


Рисунок 72 – Хвильова передача

Основні переваги хвильової передачі:

- можливість отримувати чималі передаточні відношення (від 100 і більше) при малих габаритах;
- висока кінематична точність передачі, внаслідок багатопарного зачеплення, і нечутливість до поломки декількох зубів;
- сприйнятливість значних навантажень при відносно малих габаритах і вазі;
- невисокий рівень шуму;
- досить високий ККД.

Недоліки:

- часто виходять з ладу гнучкі колеса, внаслідок втомних явищ (через велику кількість циклів);
- нетехнологічність виготовлення гнучких зубчастих коліс;
- чутливість до умов змащення.

Область застосування:

використовуються в приводах локаторів, а також для передачі руху в герметизований простір в хімічній, атомній та космічній техніці

17 КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

Кулачковими називаються механізми призначені для перетворення обертального руху вхідної ланки у зворотно-поступальний або коливальний рух вихідної ланки, і мають вхідну ланку з профілем змінної кривизни – кулачок.

Закон руху вихідної ланки – штовхача, що задається функцією передачі, визначається профілем кулачка і є основною характеристикою кулачкового механізму, від якої залежать його функціональні властивості, а також динамічні і вібраційні якості.

17.1 Основні типи і геометричні параметри кулачкових механізмів

Кулачкові механізми (рис. 73), в залежності від руху вихідної ланки, підрозділяються на наступні три види:

- 1 – вихідна ланка рухається поступально;
- 2 – вихідна ланка обертається;
- 3 – вихідна ланка здійснює складний рух.

Всі розглянуті механізми є плоскими, крім типу 6 (див. рис. 73), який є просторовим.

За характером руху кулачкові механізми підрозділяються на механізми з обертотворним і зворотно-поступальним рухом кулачка (схема 5).

Назви ланок:

- 1 – кулачок (вихідна ланка);
- 2 – ведена (вихідна ланка) – штовхач або коромисло;
- 3 – ролик;
- 4 – пружина, що замикає вищу пару.

Переваги кулачкових механізмів:

- можливість реалізувати практично будь-який закон руху веденої ланки за рахунок спеціально спрофільованого кулачка;
- простота конструкції;
- легкість переналагодження механізму.

Недоліки кулачкових механізмів:

- наявність вищої кінематичної пари сприяє виникненню великих питомих тисків і контактних напружень і, внаслідок цього, знос штовхача і кулачка;
- виготовлення складного профілю кулачка;
- необхідність замикання вищої кінематичної пари.

Контакт елементів у вищій кінематичній парі може забезпечуватися геометричним замиканням (схеми 5, 6) за рахунок пазів, що охоплюють ролики, або силовим замиканням пари (схеми 1, 2, 3, 4, 7) шляхом впливу сили тяжіння (схеми 1, 4, 7), пружності пружин (схеми 2, 3), тиску рідини або повітря тощо.

Якщо вихідна ланка рухається поступально, то зветься штовхачем (або штангою) (схеми 1, 2, 4, 6), якщо обертається навколо нерухомої осі – коромислом (схеми 3, 5, 7)

За формою профілю, штовхачі поділяються на такі види:

- із загостреним штовхачем;
- з роликовим штовхачем;
- з тарілчастим (плоским) штовхачем.

Якщо траєкторія штовхача проходить через центр обертання кулачка, то такий механізм називається кулачковим механізмом з центральним штовхачем. Якщо траєкторія штовхача відстоїть на відстань e від центру обертання кулачка, то такий механізм називається кулачковим механізмом зі зміщеним штовхачем (дезаксіальний).

Крива, що відстоїть від профілю кулачка на відстані, рівному радіусу ролика, називається еквідистантною (рівновіддаленою) кривою, або центровим (теоретичним) профілем кулачка.

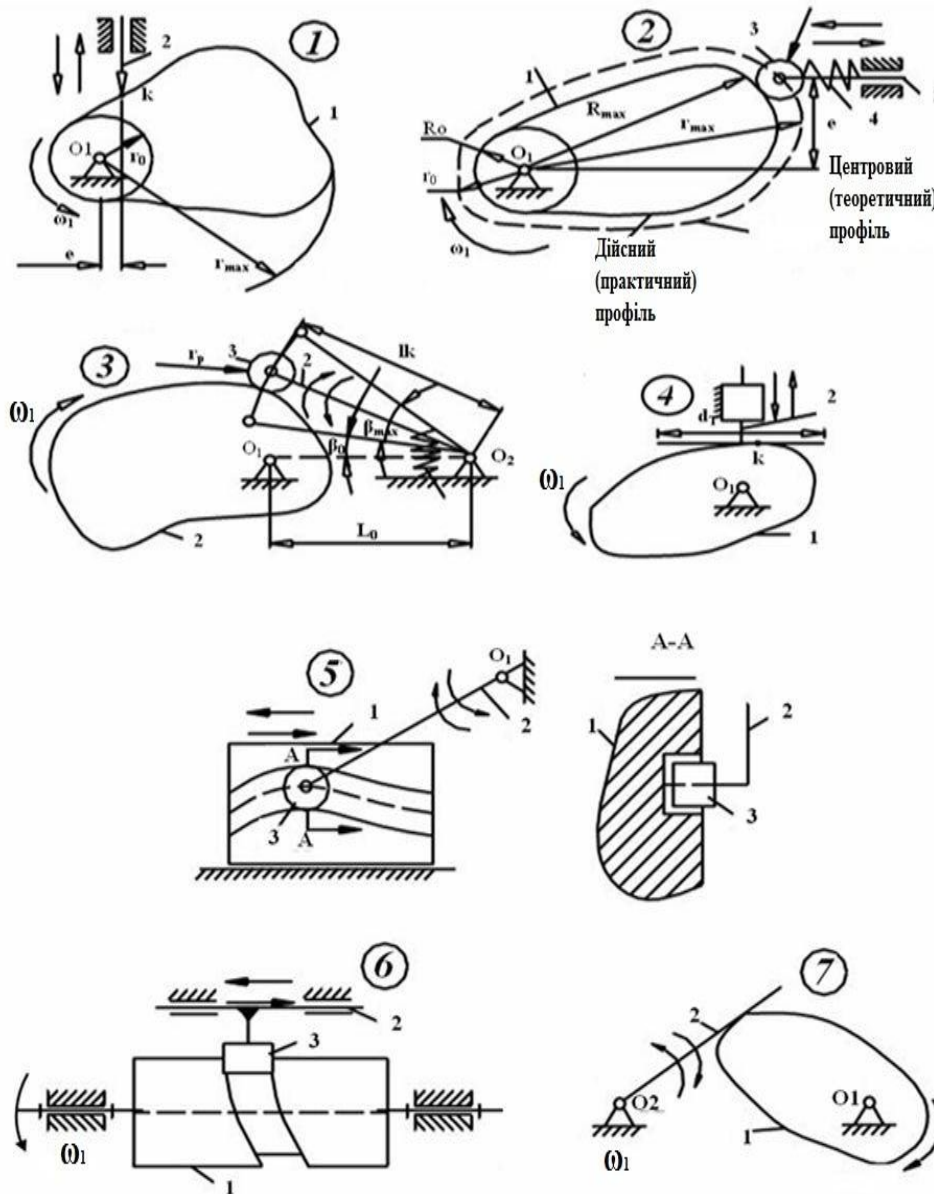
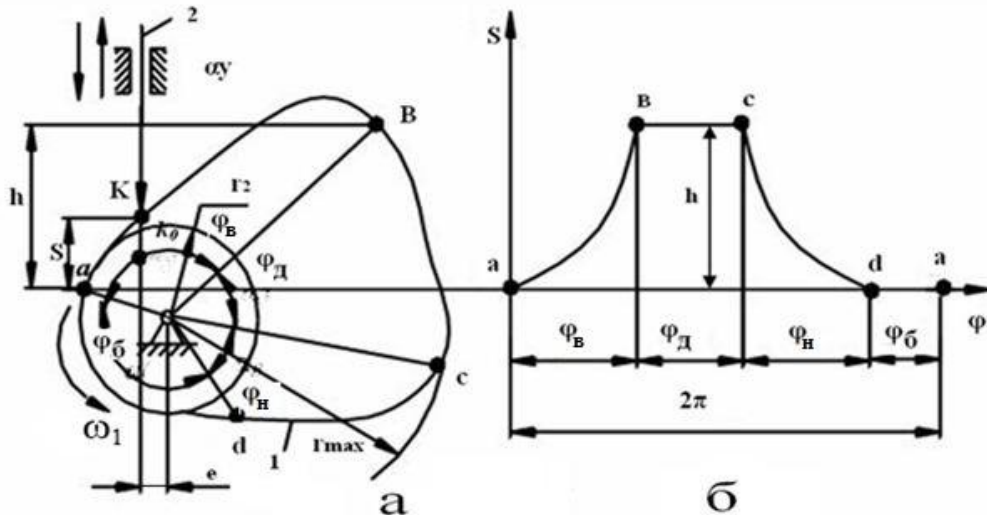


Рисунок 73 – Типи кулачкових механізмів

На рис. 73 введено такі позначення:
 e – ексцентриситет (дезаксіал);
 $r_0, r_{\max}$ – радіуси теоретичного профілю кулачка;
 $R_0, R_{\max}$ – радіуси дійсного (практичного) профілю кулачка;
 $\beta_{\max}$ – кут розмаху коромисла;
 β_0 – кут між осьюовою лінією і найближчим до центра обертання кулачка положенням коромисла;
 l_k – довжина коромисла;
 l_0 – довжина стояка;
 d_T – діаметр тарілки штовхача.

17.2 Кінематичний цикл кулачкового механізму. Фазові кути і кути профілю

Розглянемо кулачковий механізм зі зміщеним штовхачем, що поступально рухається (рис. 74, а) і покажемо діаграму руху штовхача в залежності від кута повороту кулачка (рис. 74, б).



а – кулачковий механізм зі зміщеним штовхачем;

б – діаграма руху штовхача

Рисунок 74 – Кінематичний цикл кулачкового механізму

На діаграмі руху штовхача (див. рис. 74) позначимо наступні ділянки:

ав – віддалення;

вс – дальнього стояння;

cd – наближення;

da – ближнього стояння.

Кути повороту кулачка, що відповідають певним фазам руху веденої ланки, називаються фазовими кутами:

$\varphi_{\text{в}}$ – фазовий кут віддалення;

$\varphi_{\text{д}}$ – фазовий кут дальнього стояння;

$\varphi_{\text{н}}$ – фазовий кут наближення;

$\varphi_{\text{б}}$ – фазовий кут ближнього стояння;

$\alpha_{\text{в}}$, $\alpha_{\text{д}}$, $\alpha_{\text{н}}$, $\alpha_{\text{б}}$ – профільні кути, тобто кути на профілі кулачка, відповідно, віддалення, дальнього стояння, наближення і ближнього стояння.

При відсутності ексцентриситету, коли $e = 0$: $\varphi_{\text{в}} \neq \alpha_{\text{в}}$; $\varphi_{\text{н}} \neq \alpha_{\text{н}}$; $\varphi_{\text{д}} = \alpha_{\text{д}}$; $\varphi_{\text{б}} = \alpha_{\text{б}}$.

Закони руху веденої ланки:

$$S_{\text{в}} = S_{\text{в}}(\varphi); S_{\text{д}} = h = \text{const}; S_{\text{н}} = S_{\text{н}}(\varphi); S_{\text{б}} = 0,$$

де h – величина підйому (хід) штовхача.

17.3 Завдання аналізу та синтезу кулачкових механізмів

Завдання аналізу – за заданими схемою механізму і основними розмірами його ланок, а також за заданим або відомим профілем кулачка і законом його руху, визначається закон руху веденої ланки (коромисла, штовхача):

$S = f(\varphi)$ – закон руху для штовхача.

$\beta = f(\varphi)$ – закон руху для коромисла.

Завдання синтезу – за заданими схемою механізму і фазовими кутами, а також заданим законом руху веденої ланки, визначити профіль кулачка і основні розміри механізму, що забезпечують заданий закон руху.

17.4. Умова передачі руху в кулачкових механізмах, кути тиску і передачі руху

Розглянемо кулачковий механізм із штовхачем, що поступально рухається (рис. 75). Кут між нормаллю $n-n$ і напрямком руху вихідної ланки називається кутом тиску. Силу, що діє з боку першої ланки на другу $F_{1,2}$, розкладемо по двох напрямках. Позначимо:

F_o – сила опору;

ϑ – кут тиску;

γ – кут передачі руху.

Очевидно, що $\vartheta + \gamma = 90^\circ$. При цьому $\vartheta_{\text{оптим.}} = 0^\circ$ і $\gamma_{\text{оптим.}} = 90^\circ$ – ідеальний варіант. Але забезпечити це практично не можливо, і тому для запобігання явища заклинювання в кулачкових механізмах повинна виконуватися нерівність:

$$\begin{cases} \vartheta_i \leq \vartheta_{\text{max}} \text{ допустиме} \\ \gamma_i \geq \gamma_{\text{min}} \text{ допустиме} \end{cases}$$

На практиці, зазвичай, $\vartheta_{\text{max}} = 30^\circ$ для кулачкового механізму з поступальним рухом штовхача, для механізмів з обертовим штовхачем – $\vartheta_{\text{max}} = 45^\circ$.

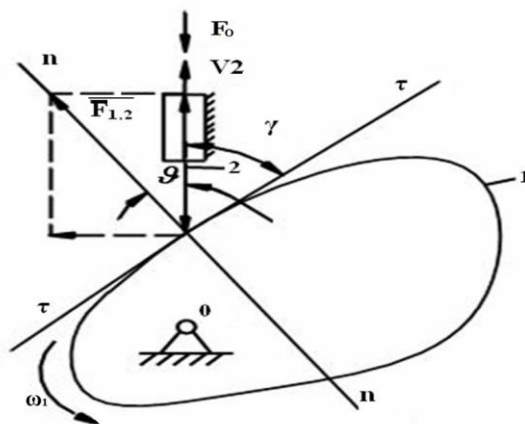


Рисунок 75 – Кулачковий механізм з загостреним штовхачем

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ І РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин : учебник для вузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 640 с.
2. **Кіницький, Я. Т.** Теорія механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Київ : Наукова думка, 2002. – 660 с.
3. **Кіницький, Я. Т.** Практикум із теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Львів : Афіша, 2002. – 452 с.
4. **Кіницький, Я. Т.** Короткий курс теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Львів : Афіша, 2004. – 272 с.
5. **Заблонский, К. И.** Теория механизмов и машин / К. И. Заблонский, И. М. Белоконев, Б. М. Щекин. – Киев : Выща школа, 1989. – 376 с.
6. Теория механизмов и машин : учебник для вузов / С. А. Попов [и др.] ; под ред. К. В. Фролова. – М. : Высш. шк., 1987. – 496 с.
7. **Баранов, Г. Г.** Курс теории механизмов и машин : учебное пособие / Г. Г. Баранов. – 5-е изд, стереотип. – М. : Машиностроение, 1975. – 494 с.

КІНДЕНКО Микола Іванович

Теорія механізмів і машин

Навчальний посібник

(Українською мовою)

Редактор

Комп'ютерна верстка

____/_____. Підп. до друку _____. Формат 60 x 84/16.
Папір офсетний. Ум. друк. арк. _____. Обл.-вид. арк. _____.
Тираж _____ прим. Зам. № _____

Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру
серія ДК №1633 від 24.12.03.